**COORDINACIÓN DE FÍSICA**

**TIPOLOGÍA HASTA 2015-16**

## PROBLEMAS

**Oscilaciones y ondas** → **4**
M. armónico simple: 1
Onda armónica (formato seno): 2 (QUEDA IGUAL EN 2017)
Onda estacionaria: 1

**Gravitatoria** → **4** (QUEDA IGUAL EN 2017)
Satélite que gira en una órbita: 2
Cuerpos en caída libre: 2

**Campo eléctrico** → **4** (QUEDA IGUAL EN 2017)
Equilibrio mecánico: 1
Cargas puntuales: 2
Equilibrio electrostático: 1

**Magnetismo e inducción EM** → **4** (QUEDA IGUAL EN 2017)
Fuerza magnética conductores: 1
Movimiento cargas en campo B: 2
Inducción electromagnética: 1

**TIPOLOGÍA CURSO 2016-17**

PROBLEMAS:
QUEDA IGUAL EXCEPTO LO INDICADO EXPRESAMENTE A CONTINUACIÓN: Desaparecen los enunciados **específicos** de MAS y ondas estacionarias y se sustituyen por….

**CAMBIO!!!**

**Oscilaciones y ondas armónicas** :
2 enunciados sobre ecuación de onda, velocidad de propagación, energía, potencia e intensidad de la onda y suma de ondas armónicas

**Ejemplos en hojas siguientes**

**PROBLEMA 1**

Una sirena emite simultáneamente dos señales acústicas que se propagan por igual en todas direcciones. Las ecuaciones de las ondas que llegan a un receptor de escucha instalado a cierta distancia son:

$$P_1 = 2\sin(4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t) \qquad P_2 = 2\sin(4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t - 2\pi/3)$$

(La amplitud de presión es $P_0$ = 2 Pa, $x$ está en m y $t$ en s)

Ayuda:
$$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

(a) Calcular la longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación de estas ondas sonoras.

(b) Calcular la ecuación de la onda resultante de su superposición en el receptor. ¿Qué longitud de onda y qué frecuencia tiene dicha onda resultante?

(c) Si la potencia de la sirena es 154 W y el receptor de escucha se encuentra a 50 m de distancia, ¿cuál es la intensidad del sonido al llegar al receptor? ¿Cuál sería la intensidad en un segundo receptor situado tres veces más lejos que el primero? (Téngase en cuenta que se trata de ondas esféricas tridimensionales)

---

(a) Ambas tienen igual número de ondas e igual frecuencia angular

$$k = 4\pi \ \text{rad}\cdot\text{m}^{-1} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0.5 \ \text{m} \qquad \omega = 1360\pi \ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1360\pi}{2\pi} = 680 \ \text{Hz}$$

Ambas se propagan a igual velocidad $\rightarrow$ $v = \frac{\omega}{k} = \frac{1360\pi}{4\pi} = 340 \ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

(b) Sumamos las dos ecuaciones de onda con ayuda de la relación $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$$P = P_1 + P_2 = 2\left[\underbrace{\sin(4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t)}_{a = 4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t} + \underbrace{\sin(4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t - 2\pi/3)}_{b = 4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t - 2\pi/3}\right]$$

$$\frac{a+b}{2} = 4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t - \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{a-b}{2} = \frac{\pi}{3}$$

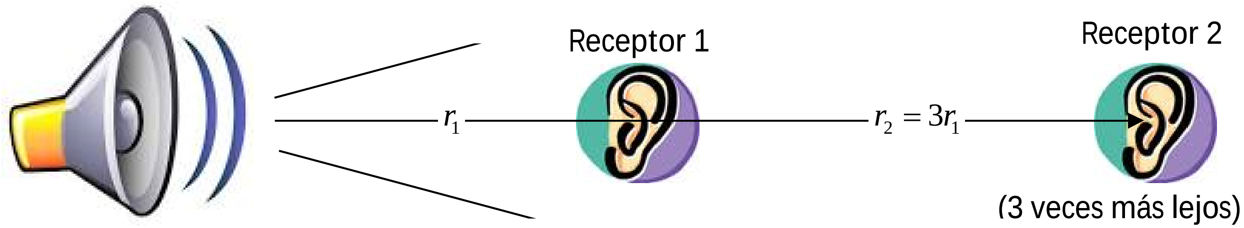
$$P = 2\cdot 2\cos\frac{\pi}{3}\sin\left(4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

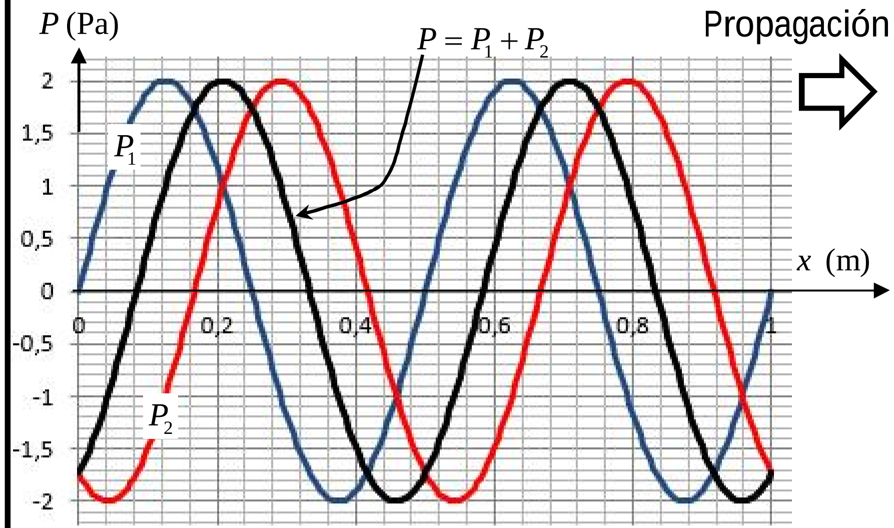
$$\boxed{P = 2\sin\left(4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t - \frac{\pi}{3}\right)}$$

La longitud de onda y la frecuencia de la onda resultante de la superposición son las mismas que las de las ondas componentes, ya que sus parámetros frecuencia angular y número de ondas son iguales. Pero la superposición de ambas tiene una fase inicial diferente.

(c) Si la potencia de la sirena es 154 W y el receptor de escucha se encuentra a 50 m de distancia, ¿cuál es la intensidad del sonido al llegar al receptor? ¿Cuál sería la intensidad en un segundo receptor situado tres veces más lejos que el primero?




Representación gráfica de la superposición de ondas (no se pide, sólo se ofrece como ilustración)




$$P_1 = 2\sin(4\pi \cdot x - 1360\pi \cdot t) \qquad P_2 = 2\sin(4\pi \cdot x - 1360\pi \cdot t - 2\pi/3)$$

$$P = P_1 + P_2 = 2\left[\sin(4\pi \cdot x - 1360\pi \cdot t) + \sin(4\pi \cdot x - 1360\pi \cdot t - 2\pi/3)\right]$$

$$P = 2\sin\left(4\pi \cdot x - 1360\pi \cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Instantánea del eje X en $t$ = 0

A medida que las ondas sonoras se alejan de la fuente, su energía se distribuye sobre un área esférica de radio cada vez mayor. Por tanto su intensidad (energía por unidad de tiempo y unidad de superficie) será cada vez más pequeña:

Receptor 1 $\quad I_1 = \dfrac{(E/t)}{4\pi\, r_1^2}$

Receptor 2 $\quad I_2 = \dfrac{(E/t)}{4\pi\, r_2^2}$

Aquí el cociente *E/t* representa la energía por unidad de tiempo de la sirena, es decir, su potencia.

Receptor 1 $\quad I_1 = \dfrac{154}{4 \cdot \pi \cdot 50^2} = 4.90 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$

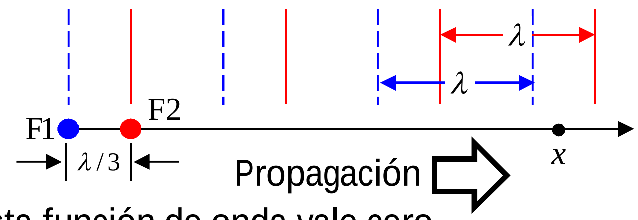
Receptor 2 $\quad I_1 = \dfrac{154}{4 \cdot \pi \cdot 150^2} = 5.45 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$

Alternativa → una vez calculada $I_1$, puede obtenerse $I_2$ por la ley inversa del cuadrado de la distancia

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = I_1 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 5.45 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

## PROBLEMA 2

Dos fuentes F1 y F2 emiten ondas planas de igual longitud de onda $\lambda$ = 6 m y amplitud $A$ = 0.04 m que se propagan con velocidad $v$ = 120 m/s en el sentido positivo del eje X. La distancia entre F1 y F2 es igual a $\lambda/3$ y consideramos F1 como origen de coordenadas.




a) Escribir la ecuación de la onda F1, sabiendo que para $x$= 0 y $t$ = 0 esta función de onda vale cero.

b) Escribir la ecuación de la onda de F2, sabiendo que para x = $\lambda/3$ y $t$ = 0 esta función de onda es igual a cero.

c) Calcular por superposición la ecuación de las ondas que alcanzan un punto genérico del eje $x$, situado a la derecha de F2, y especificando su fase inicial.

Ayuda: $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

---

Parámetros de ambas ondas: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}\cdot\text{m}^{-1}$ $\qquad v = \frac{\omega}{k} \rightarrow \omega = k\,v = \frac{\pi}{3}\cdot 120 = 40\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

a) Ecuación de onda de F1 → se propaga en sentido positivo del eje X

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t + \delta_1)$$

$$y_1 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\,t + \delta_1\right)$$

Determinamos la fase $\delta_1$ → cuando $t$ = 0 se verifica $y_1$ = 0

$$y_1 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}\cdot 0 - 40\pi\cdot 0 + \delta_1\right) = 0 \rightarrow \delta_1 = 0$$

Posición de F1, origen de coordenadas

$$y_1 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\,t\right)$$

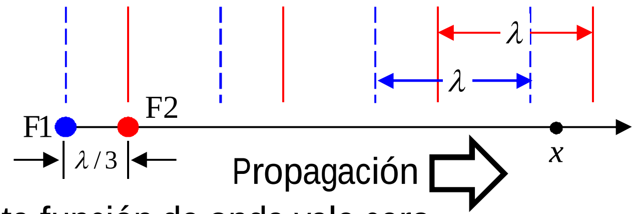
$x$ , $y$ están en m y $t$ en s

Comentario para los profesores: además del desfase $\delta_1$ = 0, hay otra solución posible, que es $\delta_1 = \pi$. Esto significa que la función $y_1 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\,t + \pi\right)$ también es solución válida.

La interpretación de la solución $\delta_1$ = 0 es que en $x$ = 0 la función está creciendo, y $\delta_1 = \pi$ significa que está decreciendo. Aquí se resuelve el problema adoptando solo la primera de ellas (fórmula coloreada arriba), pero se deja constancia expresa de que la otra posibilidad es perfectamente válida también, a tenor del enunciado del problema.

## PROBLEMA 2 (CONTINUACIÓN)

Dos fuentes F1 y F2 emiten ondas planas de igual longitud de onda $\lambda$ = 6 m y amplitud $A$ = 0.04 m que se propagan con velocidad $v$ = 120 m/s en el sentido positivo del eje X. La distancia entre F1 y F2 es igual a $\lambda/3$ y consideramos F1 como origen de coordenadas.




a) Escribir la ecuación de la onda F1, sabiendo que para $x$= 0 y $t$ = 0 esta función de onda vale cero.

b) Escribir la ecuación de la onda de F2, sabiendo que para x = $\lambda/3$ y $t$ = 0 esta función de onda es igual a cero.

c) Calcular por superposición la ecuación de las ondas que alcanzan un punto genérico del eje $x$, situado a la derecha de F2, y especificando su fase inicial.

Ayuda: $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

---

Parámetros de ambas ondas: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}\cdot\text{m}^{-1}$ $\quad v = \frac{\omega}{k} \rightarrow \omega = k\,v = \frac{\pi}{3}\cdot 120 = 40\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

b) Ecuación de onda de F2 → se propaga en sentido positivo del eje X

$$y_2 = A\sin(kx - \omega t + \delta_2)$$

$$y_2 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\, t + \delta_2\right)$$

Mismas $A$, $\omega$ y $k$ que $y_1$.

Determinamos la fase $\delta_2$ → cuando $t$ = 0 se verifica $y_2$ = 0 → la posición del foco F2 es $x = \lambda/3$ = 2 m

$$y_2 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}\cdot 2 - 40\pi\cdot 0 + \delta_2\right) = 0 \rightarrow \frac{2\pi}{3} + \delta_2 = 0 \rightarrow \delta_2 = -\frac{2\pi}{3}\ \text{rad}$$

$$\boxed{y_2 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\, t - \frac{2\pi}{3}\right)}$$

$x$ , $y$ están en m y $t$ en s

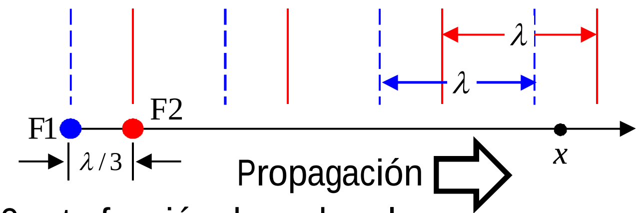
Posición de F2, situado $\lambda/3$ a la derecha del origen de coordenadas

Comentario para los profesores: además de $\delta_2$ = 0, hay otra solución posible, que proviene de la ecuación $\frac{2\pi}{3} + \delta_2 = \pi$

Es decir, $\delta_2 = \pi/3$ también es solución válida para el desfase, así que $y_2 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\, t + \frac{\pi}{3}\right)$ también es una ecuación de onda válida. La interpretación de cada uno de los casos es análoga a la explicada en el apartado previo. Igual que lo dicho anteriormente, mantenemos el formato de la primera de ellas (coloreada) al resolver el problema.

## PROBLEMA 2 (CONTINUACIÓN 2)

Dos fuentes F1 y F2 emiten ondas planas de igual longitud de onda $\lambda$ = 6 m y amplitud $A$ = 0.04 m que se propagan con velocidad $v$ = 120 m/s en el sentido positivo del eje X. La distancia entre F1 y F2 es igual a $\lambda/3$ y consideramos F1 como origen de coordenadas.




a) Escribir la ecuación de la onda de F1, sabiendo que para $x$ = 0 y $t$ = 0 esta función de onda vale cero.

b) Escribir la ecuación de la onda de F2, sabiendo que para x = $\lambda/3$ y $t$ = 0 esta función de onda es igual a cero.

c) Calcular por superposición la ecuación de las ondas que alcanzan un punto genérico del eje $x$, situado a la derecha de F2, y especificando su fase inicial.

Ayuda: $$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

---

c) Superposición de las ondas F1+F2.

$$y_1 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\, t\right) \qquad y_2 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\, t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$y = y_1 + y_2 = 0.04\left[\sin\underbrace{\left(\frac{\pi}{3}\cdot x - 40\pi\cdot t\right)}_{a =\ 4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t} + \sin\underbrace{\left(\frac{\pi}{3}\cdot x - 40\pi\cdot t - 2\pi/3\right)}_{b =\ 4\pi\cdot x - 1360\pi\cdot t - 2\pi/3}\right]$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{\pi}{3}\cdot x - 40\pi\cdot t - \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{a-b}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$P = 0.04\cdot 2\cos\frac{\pi}{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}\cdot x - 40\pi\cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

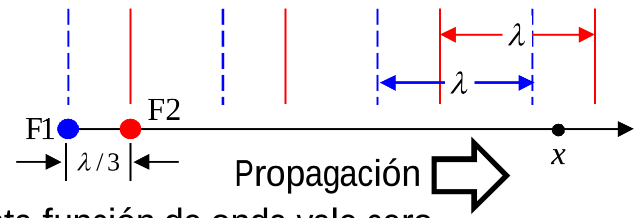
$$y = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}\cdot x - 40\pi\cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$x$ , $y$ están en m y $t$ en s

Comentario para los profesores: aplicamos la fórmula de ayuda para obtener la superposición basándonos en los formatos de las ecuaciones seleccionadas anteriormente, pero dejando constancia de que cabe usar combinaciones de ambos formatos para obtener otros resultados de interferencias válidas compatibles con el enunciado del problema.

## PROBLEMA 2 (CONTINUACIÓN 3)

Dos fuentes F1 y F2 emiten ondas planas de igual longitud de onda $\lambda$ = 6 m y amplitud $A$ = 0.04 m que se propagan con velocidad $v$ = 120 m/s en el sentido positivo del eje X. La distancia entre F1 y F2 es igual a $\lambda/3$ y consideramos F1 como origen de coordenadas.




a) Escribir la ecuación de la onda F1, sabiendo que para $x$= 0 y $t$ = 0 esta función de onda vale cero.

b) Escribir la ecuación de la onda de F2, sabiendo que para x = $\lambda/3$ y $t$ = 0 esta función de onda es igual a cero.

c) Calcular por superposición la ecuación de las ondas que alcanzan un punto genérico del eje $x$, situado a la derecha de F2, y especificando su fase inicial.

Ayuda: $$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

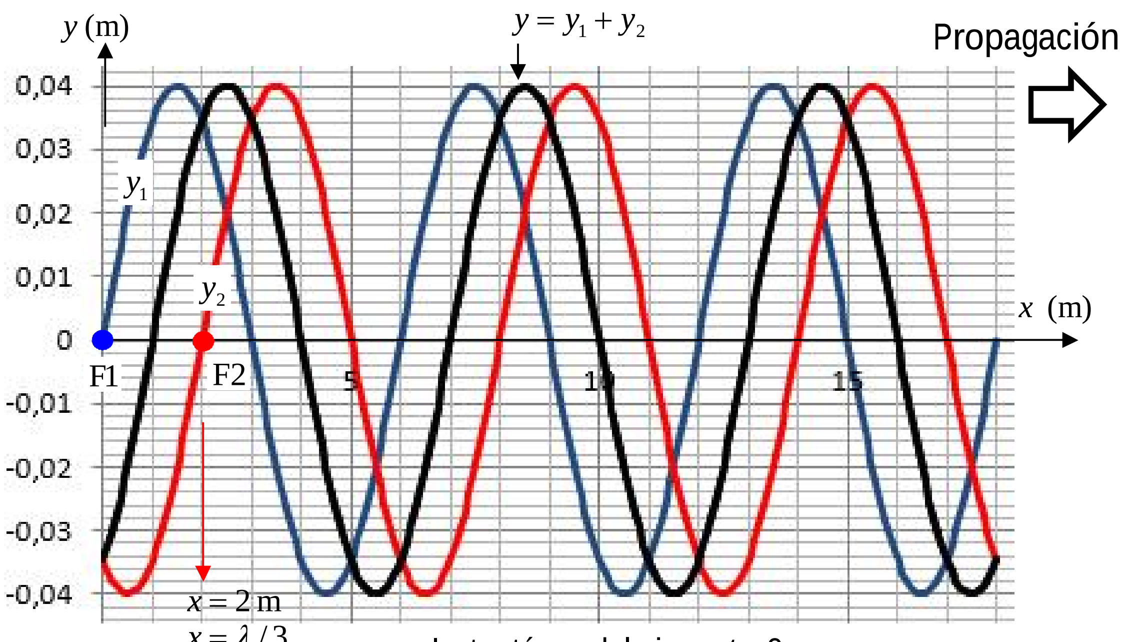
Representación gráfica de la superposición de ondas (no se pide, sólo se ofrece como ilustración)

$$y_1 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\, t\right)$$

$$y_2 = 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}x - 40\pi\, t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$y = \ 0.04\sin\left(\frac{\pi}{3}\cdot x - 40\pi\cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$x$ , $y$ están en m y $t$ en s




Instantánea del eje en $t$ = 0

## PROBLEMA 3

Dos ondas luminosas de la misma frecuencia ($f$ = $6{\cdot}10^{14}$ Hz) se propagan en el vacío en la dirección y sentido negativo del eje de las X, estando la segunda de ellas desfasada $+\pi/2$ radianes respecto a la primera. La amplitud del campo eléctrico de ambas es la misma, $E_0$ = 750 V/m.

(a) Calcular la longitud de onda, el número de ondas y la frecuencia angular de estas ondas luminosas.

(b) Escribir las ecuaciones de estas ondas, expresando todos sus parámetros en unidades S.I.

(c) Calcular la ecuación de la onda resultante de su superposición. ¿Qué longitud de onda y qué frecuencia tiene dicha onda resultante?

Dato: velocidad de la luz en el vacío $c = 3{\cdot}10^8$ m/s. Ayuda: $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

---

(a) Cálculo de los parámetros de la onda. $\omega = 2\pi\ f = 2\pi\cdot 6\cdot 10^{14} = 1.2\cdot 10^{15}\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

$$c = \lambda\cdot f \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{6\cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 5\cdot 10^{-7}\ \text{m} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5\cdot 10^{-7}} = 4\cdot 10^6\pi\ \text{rad}\cdot\text{m}^{-1}$$

(b) Tomamos la fase inicial de la primera onda como cero $E_1 = E_0 \sin(k\cdot x + \omega\cdot t)$

Propagación sentido $x$ negativas

$$E_1 = 750\sin\left(4\cdot 10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot 10^{15}\pi\cdot t\right)$$ $E$ en V/m, $x$ en m y $t$ en s

La segunda onda tiene su fase adelantada $+\pi/2$ respecto a la primera $E_2 = E_0 \sin(k\cdot x + \omega\cdot t + \pi/2)$

$$E_2 = 750\sin\left(4\cdot 10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot 10^{15}\pi\cdot t + \pi/2\right)$$ $E$ en V/m, $x$ en m y $t$ en s

## PROBLEMA 3 (CONTINUACIÓN)

Dos ondas luminosas de la misma frecuencia ($f$ = $6{\cdot}10^{14}$ Hz) se propagan en el vacío en la dirección y sentido negativo del eje de las X, estando la segunda de ellas desfasada $+\pi/2$ radianes respecto a la primera. La amplitud del campo eléctrico de ambas es la misma, $E_0$ = 750 V/m.

(a) Calcular la longitud de onda, el número de ondas y la frecuencia angular de estas ondas luminosas.

(b) Escribir las ecuaciones de estas ondas, expresando todos sus parámetros en unidades S.I.

(c) Calcular la ecuación de la onda resultante de su superposición. ¿Qué longitud de onda y qué frecuencia tiene dicha onda resultante?

Dato: velocidad de la luz en el vacío $c = 3{\cdot}10^8$ m/s. Ayuda: $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

c) Superposición $E = E_1 + E_2$

$$E_1 = 750\sin\left(4\cdot 10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot 10^{15}\pi\cdot t\right) \qquad E_2 = 750\sin\left(4\cdot 10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot 10^{15}\pi\cdot t + \pi/2\right)$$

$$E = E_1 + E_2 = 750\ \left[\underbrace{\sin\left(4{\cdot}10^6\pi\cdot x + 1.2{\cdot}10^{15}\pi\cdot t\right)}_{a = 4\cdot10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot10^{15}\pi\cdot t} + \underbrace{\sin\left(4{\cdot}10^6\pi\cdot x + 1.2{\cdot}10^{15}\pi\cdot t + \pi/2\right)}_{b = 4\cdot10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot10^{15}\pi\cdot t + \pi/2}\right]$$

$$\frac{a+b}{2} = 4{\cdot}10^6\pi\cdot x + 1.2{\cdot}10^{15}\pi\cdot t + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{a-b}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

$$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E = 750\cdot 2\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(4{\cdot}10^6\pi\cdot x + 1.2{\cdot}10^{15}\pi\cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\boxed{E = 750\ \sqrt{2}\cdot\sin\left(4{\cdot}10^6\pi\cdot x + 1.2{\cdot}10^{15}\pi\cdot t + \frac{\pi}{4}\right)}$$

$E$ en V/m, $x$ en m y $t$ en s

La superposición de ondas de igual longitud de onda y frecuencia da como resultado otra onda de iguales parámetros $\lambda$ y $f$, pero en general tendrá una fase inicial diferente.

## PROBLEMA 3 (CONTINUACIÓN 2)

Dos ondas luminosas de la misma frecuencia ($f$ = 6·10$^{14}$ Hz) se propagan en el vacío en la dirección y sentido negativo del eje de las X, estando la segunda de ellas desfasada $+\pi/2$ radianes respecto a la primera. La amplitud del campo eléctrico de ambas es igual, $E_0$ = 750 V/m.

(a) Calcular la longitud de onda, el número de ondas y la frecuencia angular de estas ondas luminosas.

(b) Escribir las ecuaciones de estas ondas, expresando todos sus parámetros en unidades S.I.

(c) Calcular la ecuación de la onda resultante de su superposición. ¿Qué longitud de onda y qué frecuencia tiene dicha onda resultante?

Dato: velocidad de la luz en el vacío $c$ = 3·10$^8$ m/s. Ayuda: $\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$

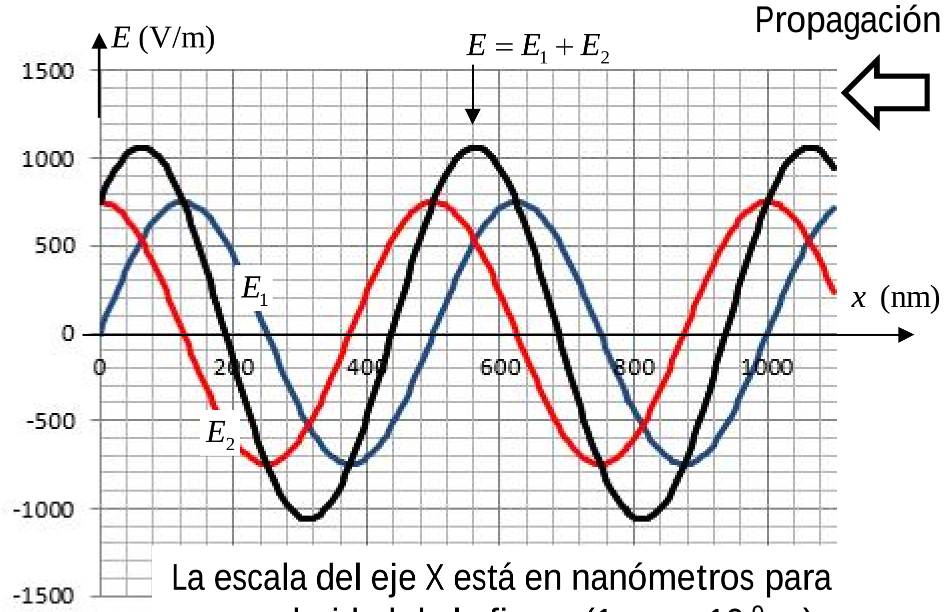
Representación gráfica de la superposición de ondas (no se pide, sólo se ofrece como ilustración)

$$E_1 = 750\sin\left(4\cdot 10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot 10^{15}\pi\cdot t\right)$$

$$E_2 = 750\sin\left(4\cdot 10^6\pi\cdot x + 1.2\cdot 10^{15}\pi\cdot t + \pi/2\right)$$

$$E = 750\ \sqrt{2}\cdot\sin\left(4{\cdot}10^6\pi\cdot x + 1.2{\cdot}10^{15}\pi\cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$E$ en V/m, $x$ en m y $t$ en s




La escala del eje X está en nanómetros para mayor claridad de la figura (1 nm = 10$^{-9}$ m).
La longitud de onda es $\lambda = 5\cdot 10^{-7}\ \text{m} = 500\ \text{nm}$

Instantánea del eje X en $t$ = 0

**PROBLEMA 4**

El sonar de un submarino emite una señal acústica de potencia 1.02 W y frecuencia 4500 Hz que se propaga a través del agua del mar por igual en todas direcciones. Un buque de superficie situado a 50 m encima del submarino detecta esta señal con una amplitud de 10 Pa. Si la velocidad de propagación del sonido en el agua marina es 1500 m/s, se pide:

(a) Calcular la longitud de onda, el número de ondas y la frecuencia angular de la señal acústica. Escribir la ecuación de la onda que recibe el buque de superficie, expresando todos sus parámetros en unidades S.I.

(b) Calcular la intensidad de la onda que alcanza el buque de superficie.

(c) Si la intensidad que alcanza el fondo es 1/64 de la que alcanza el navío de superficie, ¿Cuál es la profundidad del mar en ese punto?

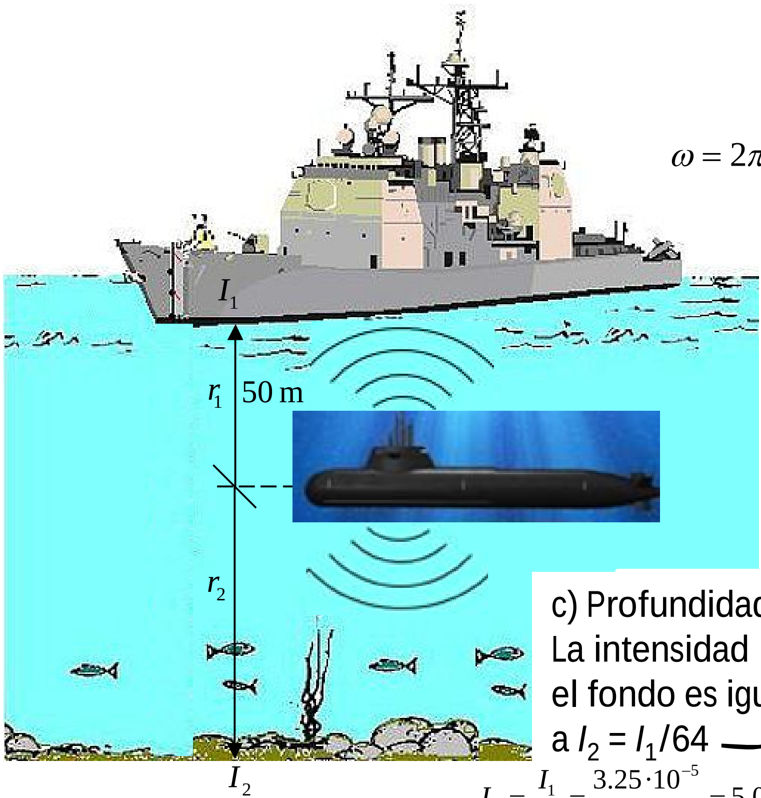
a) Ecuación de la onda sonora en superficie. Calculamos parámetros

$$v = \lambda \cdot f \qquad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{4500} = \frac{1}{3}\ \text{m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1/3} = 6\pi\ \text{rad}\cdot\text{m}^{-1} \qquad P = A\sin(kx - \omega t)$$

$$\omega = 2\pi\ f = 2\pi \cdot 4500 = 9000\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1} \qquad P = 10\sin(6\pi \cdot x - 9000\pi \cdot t)$$

Presión $P$ en Pa, $x$ en m y $t$ en s)




Al escribir la ecuación de onda hemos supuesto que la fase inicial de la señal recibida en el buque de superficie es igual a cero, ya que no se establece ninguna condición al respecto. Sería igualmente válido suponer cualquier otra fase inicial. También se ha supuesto que el sentido ascendente hacia la superficie es el de las $x$ positivas.

b) Intensidad en superficie = potencia/área

$$I_1 = \frac{(E/t)}{4\pi\, r_1^2}$$

$$I_1 = \frac{1.02}{4 \cdot \pi \cdot 50^2} = 3.25 \cdot 10^{-5}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$\left(I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2\right)$$

c) Profundidad: La intensidad en el fondo es igual a $I_2 = I_1/64$

El fondo se encuentra a una distancia del submarino 8 veces mayor que el buque de superficie = 8×50 = 400 m. Profundidad = 50 + 400 = 450 m

$$I_2 = \frac{I_1}{64} = \frac{3.25 \cdot 10^{-5}}{64} = 5.07 \cdot 10^{-7}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$$

**PROBLEMA 5**

A lo largo de una cuerda horizontal se propaga en el sentido X positivo una onda viajera transversal de frecuencia 25 Hz y longitud de onda 1.60 m. Su amplitud es 5 cm, y la elongación del punto *x* = 0 es *y* = +5 cm cuando *t* = 0.

(a) Escribir la ecuación de la onda viajera y calcular su velocidad de propagación, expresando todos sus parámetros en unidades S.I.

(b) Calcular la velocidad de vibración transversal del punto de la cuerda *x* = 0.80 m para *t* = 0.01 s.

(c) Razonar cómo variaría la energía transportada por esta onda si, manteniendo invariables los demás parámetros, la amplitud fuese 10 cm en lugar de 5 cm.

a) Cálculo de *k* y $\omega$ $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1.60} = 1.25\pi \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1}$ $\quad \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 25 = 50\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

Velocidad de propagación $\quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{50\pi}{1.25\pi} = 40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Ecuación de onda viajera: $\quad y = A\sin(kx - \omega t + \delta)$

→ Calculamos fase inicial con la condición $(x = 0\,;\, t = 0) \rightarrow y = +0.05 \text{ m}$

$0.05 = 0.05\sin(1.25\pi\cdot 0 - 50\pi\cdot 0 + \delta)$ $\quad \sin(\delta) = 1 \rightarrow \delta = \pi/2 \text{ rad}$

$$y = 0.05\sin(1.25\pi\cdot x - 50\pi\cdot t + \pi/2)$$

*x*, *y* en m; *t* en s

b) Velocidad de vibración transversal: derivamos la ecuación de onda respecto al tiempo

$$\frac{dy}{dt} = 0.05\cdot(-50\pi)\cos(1.25\pi\cdot x - 50\pi\cdot t + \pi/2) = -2.5\pi\cos(1.25\pi\cdot x - 50\pi\cdot t + \pi/2)$$

Particularizamos en $(x = 0.80 \text{ m}\,;\, t = 0.01 \text{ s}) \rightarrow \left.\frac{dy}{dt}\right]_{x=0.80;t=0.01} = -2.5\pi\cos(1.25\pi\cdot 0.80 - 50\pi\cdot 0.01 + \pi/2)$

$$\left.\frac{dy}{dt}\right]_{x=0.80;t=0.01} = -2.5\pi\cos(\pi - 0.5\pi + \pi/2) = -2.5\pi\cos(\pi) = +2.5\pi \text{ m/s}$$

c) La energía que transporta la onda es proporcional a la amplitud al cuadrado $\quad E \propto A^2$

Por tanto, si la amplitud fuese 10 cm (doble), la energía aumentaría $2^2 = 4$ veces $\quad E' \propto (2A)^2 = 4A^2 = 4E$