Nombre: ____ Curso: _____ Fecha: _______

1. Resuelve estas ecuaciones de primer grado.

a) $5(2x - 3) - 7(x + 1) = -1$

b) $\frac{x-2}{3} - \frac{2(x+1)}{5} = \frac{x+8}{15}$

2. Halla los valores de a y b para que las siguientes ecuaciones sean equivalentes.

$4x - 3 = 1$ $\quad$ $3x = a$ $\quad$ $2x + 1 = b$

3. Calcula las soluciones reales, si existen, de estas ecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 - 60x + 891 = 0$ **b)** $x^2 + 24x + 145 = 0$ **c)** $x^2 - 26x + 169 = 0$

4. Indica el número de soluciones de estas ecuaciones de segundo grado, sin resolverlas.

a) $17x^2 - 190x + 891 = 0$ **b)** $3x^2 - 102x + 819 = 0$ **c)** $4x^2 - 156x + 1\,521 = 0$

5. Resuelve estas ecuaciones.

a) $8x^2 + 12x = 0$

b) $3x^2 - 867 = 0$

Nombre: ____ Curso: _____ Fecha: _______

6. Encuentra un número positivo que cumpla que su cuadrado menos su quíntuplo es igual a 66.

7. Completa esta tabla señalando si los números de la primera fila son soluciones, o no, de las ecuaciones de la primera columna.

	–3	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$x^2 + x - 6 = 0$	✓	✗	✗	✗	✓
$x^3 - 3x^2 + 2x = 0$					
$x^2(2x - 1)(x^2 + 2x - 3) = 0$					
$2x^5 - 7x^4 - 7x^3 - 2x^2 = 0$					

8. Halla las soluciones de la ecuación bicuadrada $x^4 - 106x^2 + 2\,025 = 0$. Después, escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean las soluciones positivas de la ecuación anterior.

PRESTA ATENCIÓN

Si x_1 y x_2 son soluciones de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, se verifica:

$$x_1 + x_2 = b : a$$
$$x_1 \cdot x_2 = c : a$$

9. Factoriza el polinomio $P(x) = x^4 - 9x^3 + 8x^2 + 84x - 144$ y después resuelve la ecuación $P(x) = 0$.

10. Escribe un ejemplo que muestre que cada una de las siguientes afirmaciones es falsa.

a) Ninguna ecuación bicuadrada tiene una única solución real.

b) Ninguna ecuación bicuadrada tiene exactamente tres soluciones reales.

Nombre: ____ Curso: _____ Fecha: _______

1. Los alumnos de la clase de Juan han donado material escolar a un rastrillo solidario. Cada chico ha entregado 3 cuadernos y un libro, y cada chica, un cuaderno y 2 libros. Si en total consiguieron 34 cuadernos y 33 libros, ¿cuántos alumnos hay en la clase de Juan?

2. Encuentra dos múltiplos positivos y consecutivos de 5 cuyos cuadrados sumen 2 825.

3. Determina, en función de los valores de *a,* el número de raíces reales de esta ecuación.

$$x^2 - (2a + 2)x + a^2 + 1 = 0$$

4. Halla el valor de a y b sabiendo son números distintos de cero y que la ecuación $x^2 + ax + b = 0$ tiene solución.

5. Escribe una ecuación bicuadrada cuyas soluciones sean 7 y 13.

Nombre: ____ Curso: _____ Fecha: _______

6. Resuelve estas ecuaciones racionales.

a) $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-1}$ **b)** $\frac{2}{x-3} = \frac{x-4}{3}$

7. Halla las soluciones de la ecuación $\frac{6x+1}{x^2-4} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{x}{x-2}$.

8. Indica cuál de las siguientes ecuaciones tiene alguna solución real.

$\frac{x}{x-5} = 3 + \frac{5}{x-5}$ $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 1$ $\frac{3}{x-4} = \frac{2}{x-3} + \frac{8}{x^2-7x+12}$

9. Halla las soluciones de estas ecuaciones.

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \frac{13}{27}$ **b)** $\frac{x^2-32}{16} = \frac{-7}{x^2-9}$

10. Encuentra dos números cuya suma es 15 sabiendo que la suma de sus inversos es $\frac{3}{10}$.

1. a) $5(2x-3)-7(x+1)=-1 \rightarrow$
$\rightarrow 10x-15-7x-7=-1 \rightarrow 3x=21 \rightarrow x=7$
b) $\frac{x-2}{3}-\frac{2(x+1)}{5}=\frac{x+8}{15} \rightarrow$
$\rightarrow 5x-10-6x-6=x+8 \rightarrow 2x=-24 \rightarrow$
$\rightarrow x=-12$

2. $4x-3=1 \rightarrow 4x=4 \rightarrow x=1$
$3x=a \rightarrow 3 \cdot 1=a \rightarrow a=3$
$2x+1=b \rightarrow 2 \cdot 1+1=b \rightarrow b=3$

3. a) Resolviendo la ecuación $x_1=33$ y $x_2=27$.
b) $\Delta=24^2-4 \cdot 145=576-580<0 \rightarrow$ La ecuación no tiene solución.
c) $\Delta=26^2-4 \cdot 169=676-676=0 \rightarrow$ La ecuación solo tiene una solución.
$x=\frac{26}{2}=13$

4. a) $\Delta=190^2-4 \cdot 17 \cdot 891=-24\,488<0 \rightarrow$ La ecuación no tiene solución.
b) $\Delta=102^2-4 \cdot 3 \cdot 819=576>0 \rightarrow$ La ecuación no tiene dos soluciones.
c) $\Delta=156^2-4 \cdot 4 \cdot 1\,521=0 \rightarrow$ La ecuación tiene una solución.

5. a) $8x^2+12x=0 \rightarrow x(8x+12)=0 \rightarrow x_1=0$,
$x_2=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$
b) $3x^2-867=0 \rightarrow 3x^2=867 \rightarrow x^2=289 \rightarrow$
$\rightarrow x=17$

6. $x^2-5x=66 \rightarrow x^2-5x-66=0$
Resolviendo la ecuación, $x_1=11$ y $x_2=-6$.
El número buscado es 11.

7.

	–3	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$x^2+x-6=0$	✓	✗	✗	✗	✓
$x^3-3x^2+2x=0$	✗	✓	✗	✓	✓
$x^2(2x-1)(x^2+2x-3)=0$	✓	✓	✓	✓	✗
$2x^5-7x^4-7x^3-2x^2=0$	✗	✓	✓	✓	✓

8. Transformamos la ecuación mediante un cambio de variable: $z=x^2$.
$z^2-106z+2\,025=0$
Resolviendo la ecuación, $z_1=81$ y $z_2=25$.
Entonces, $x_1=9$, $x_2=-9$, $x_3=5$, $x_4=-5$.
Como $x_1+x_3=14$ y $x_1 \cdot x_3=45$, las soluciones de la ecuación $x^2-14x+45=0$ son 9 y 5.

9. Observamos que $P(6)=P(2)=0$. Al aplicar la regla de Ruffini para dividir P(x) entre $x-6$ y entre x – 2 obtenemos:
$P(x)=(x-6)(x-2)(x^2-x-12)$
Resolviendo la ecuación $x^2-x-12=0$,
$x_1=4$ y $x_2=-3$.
Luego $P(x)=(x-6)(x-2)(x-4)(x+3)$ y las soluciones de $P(x)=0$ son $x_1=6$, $x_2=2$, $x_3=4$ y $x_4=-3$.

10. a) La ecuación $x^4=0$ es bicuadrada cuya única solución real es 0.
b) Las soluciones de la ecuación bicuadrada $x^4-x^2=0$ son $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=-1$.

1. Sea x el número de chicos.
$x+2(34-3x)=33 \rightarrow 5x=35 \rightarrow x=7$
$34-3 \cdot 7=13$ chicas
En total, hay 7 + 13 = 21 alumnos.

2. $(5x)^2+[5(x+1)]^2=2\,825 \rightarrow$
$\rightarrow 25x^2+25(x+1)^2=2\,825 \rightarrow$
$\rightarrow x^2+(x+1)^2=113 \rightarrow x^2+x-56=0$
Resolviendo la ecuación, $x_1=8$ y $x_2=-8$.
Los números buscados son 35 y 40.

3. $\Delta=(2a+2)^2-4(a^2+1)=8a$
Si $a=0$, la ecuación tiene una única solución; si a $a>0$ tiene dos raíces reales y si $a<0$ no tiene ninguna solución.

4. Como el producto de las soluciones es el término independiente, $ab=b$. Sabemos que $b \neq 0$, luego $a=1$. Como la suma de las soluciones es $-a$:
$1+b=-a \rightarrow b=-2$.

5. $(x^2-7^2)(x^2-13^2)=0 \rightarrow x^4-218x^2+8\,281=0$

6. a) $3(x-1)=2x \rightarrow x=3$
b) $(x-3)(x-4)=6 \rightarrow 3x^2-7x+6=0$
Resolviendo la ecuación, $x_1=6$ y $x_2=1$.

7. $(6x+1)-(x+1)(x-2)=x(x+2) \rightarrow$
$\rightarrow 2x^2-5x-3=0$
Resolviendo la ecuación, $x_1=3$ y $x_2=-\frac{1}{2}$.

8. $\frac{3}{x-4}=\frac{2}{x-3}+\frac{8}{x^2-7x+12}$ es la única ecuación que tiene soluciones reales.
$3(x-3)=2(x-4)+8 \rightarrow x=9$

9. a) $13x^3-27x^2-27x-27=0$
Aplicando la regla de Ruffini:
$(x-3)(13x^2+12x+9)=0 \rightarrow$ El segundo factor no tiene raíces reales, luego $x=3$ es la única solución.
b) La ecuación equivale a $x^4-41x^2+400=0$.
Llamando $z=x^2$, tenemos $z^2-41z+400=0$ cuyas soluciones son $z=25$ y $z=16$. Luego las soluciones de la ecuación original son $x_1=-5$, $x_2=5$, $x_3=-4$ y $x_4=4$.

10. $\frac{1}{x}+\frac{1}{15-x}=\frac{3}{10} \rightarrow x^2-15x+50=0$
Resolviendo la ecuación, $x_1=5$ y $x_2=10$.