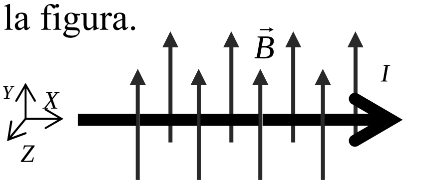
1.- Un conductor rectilíneo que transporta una corriente I = 4 A se somete a un campo magnético B = 0.25 T orientado según se indica en la figura.

(a) ¿A qué fuerza se encuentra sometido el conductor por unidad de longitud? Especifíquese el módulo y la dirección y el sentido de acuerdo con el sistema coordenado de la figura.

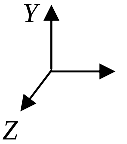


(b) En un segundo experimento se somete al conductor a un campo magnético girado con respecto al de la figura, que forma 30º con el eje Z y 60º con el eje Y. ¿A qué fuerza se encuentra ahora sometido el conductor por unidad de longitud?. Especifíquese el módulo y la dirección y el sentido.

(a) Módulo de la fuerza $F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\theta$ Aquí $\theta = 90º$ $\frac{F}{L} = I \cdot B = 4 \cdot 0.25 = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Dirección y sentido

$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$



$I \cdot \vec{L} = (4 \cdot L)\vec{i}$ → Eje X, sentido positivo

$\vec{B} = 0.25\,\vec{j}$ → Eje Y, sentido positivo

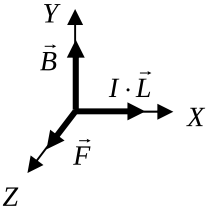
Producto vectorial

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 \cdot L & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \end{vmatrix}$$

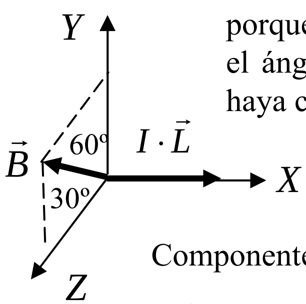
$$\frac{\vec{F}}{L} = 4 \cdot 0.25\,\vec{k} = 1\,\vec{k}\ (\text{N/m})$$

Eje Z, sentido positivo

Regla de la mano derecha



(b) Campo magnético girado



El módulo de la fuerza por unidad de longitud sigue siendo el mismo porque el módulo del campo sigue siendo 0.25 T, la corriente es la misma y el ángulo entre ambos sigue siendo 90º aunque la orientación del campo haya cambiado en el plano coordenado YZ.

$F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\theta$

$$\frac{F}{L} = I \cdot B = 4 \cdot 0.25 = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Aquí también $\theta = 90º$, pues ese es el ángulo entre $\vec{L}$ y $\vec{B}$

Componentes campo magnético girado $\vec{B} = 0.25\left(\vec{j}\cos 60º + \vec{k}\sin 60\right)$

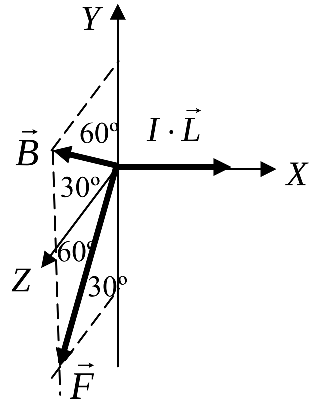
$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 \cdot L & 0 & 0 \\ 0 & 0.25\cos 60 & 0.25\sin 60 \end{vmatrix}$$

$$\frac{\vec{F}}{L} = -4 \cdot 0.25\sin 60\,\vec{j} + 4 \cdot 0.25\cos 60\,\vec{k}\ \ (\text{N/m})$$

$$\frac{\vec{F}}{L} = -\sin 60\,\vec{j} + \cos 60\,\vec{k}\ \ (\text{N/m})$$

$$\frac{\vec{F}}{L} = -\frac{1}{2}\vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{k}\ \ (\text{N/m})$$

Regla de la mano derecha



2. El planeta Júpiter tiene un radio de 71056 km y varios satélites (Io, Europa, Ganimedes, Calixto y Amaltea). El satélite más próximo al planeta, Io, gira en una órbita circular a una altura de 347944 km sobre la superficie de Júpiter y un periodo de 42 horas y 28 minutos. Dato: $G = 6'67\cdot 10^{-11}$ N m^{2}kg^{-2}. Calcula:

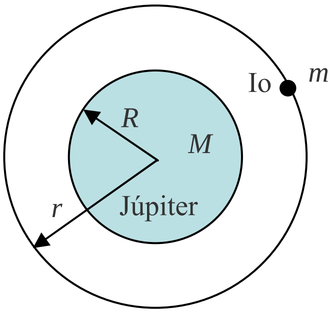
(a) Velocidad orbital del satélite Io y la masa de Júpiter.

(b) Aceleración de la gravedad y el peso de un cuerpo de 80 kg de masa en la superficie del planeta.

(c) La velocidad de escape de una nave en reposo, desde la superficie del planeta.

(a) Velocidad orbital del satélite : tenemos su periodo, de ahí calculamos su velocidad angular

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{42\cdot 3600 + 28\cdot 60} = \frac{2\pi}{152880} = 4.11\cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$



Velocidad orbital

$$v = \omega\cdot r = 4.11\cdot 10^{-5}\cdot \overbrace{(71056+347944)\cdot 10^3}^{4.19\cdot 10^8 \text{ m}} = \boxed{17220.4 \text{ m/s}}$$

Fuerza atracción Newton = Fuerza centrípeta $\quad G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m}\frac{v^2}{r}$

$$M = \frac{v^2\cdot r}{G} = \frac{17220.4^2\cdot 4.19\cdot 10^8}{6.67\cdot 10^{-11}} = \boxed{1.86\cdot 10^{27} \text{ kg}}$$

(b) Aceleración de la gravedad (admitiendo que tuviese una superficie bien definida)

$$g = G\frac{M}{R^2} = 6.67\cdot 10^{-11}\frac{1.86\cdot 10^{27}}{\left(71056\cdot 10^3\right)^2} = 24.6 \text{ m/s}^2$$

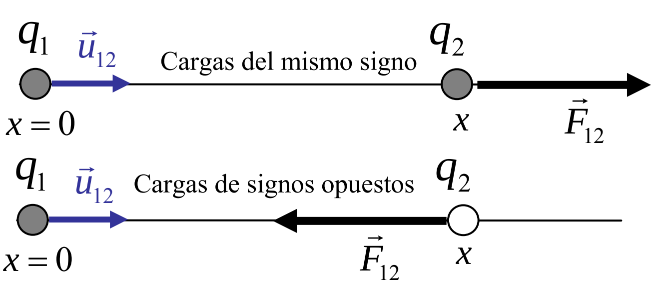
Peso de un cuerpo de 80 kg $\quad W = 80\cdot 24.6 = \boxed{1968.7 \text{ N}}$ (200.9 kp)

(c) Velocidad de escape $\quad V_{escape} = \sqrt{\frac{2G\,M}{R}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 1.86\cdot 10^{27}}{71056\cdot 10^3}} = \boxed{59138 \text{ m/s}}$

3.- (a) Enuncia la ley de Coulomb.

(b) De acuerdo con esta ley, ¿cuánto se debe modificar la distancia entre dos cargas para que la fuerza de interacción entre ellas aumente nueve veces?

La fuerza de interacción entre dos cargas eléctricas es proporcional al valor de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Además, la fuerza electrostática depende del medio en que están inmersas las cargas (la influencia del medio se expresa mediante la constante k que depende de la naturaleza de éste).



$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1\cdot q_2}{x^2}\vec{u}_{12}$$

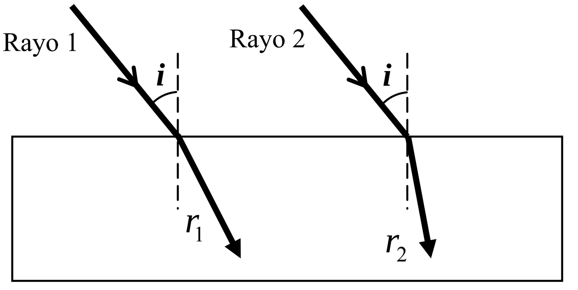
Fuerza que q_1 ejerce sobre q_2.

Cargas igual signo → Repulsión

Cargas signo opuesto → Atracción

Puesto que la fuerza varía inversamente con el cuadrado de la distancia, para que la fuerza aumente 9 veces es preciso que la distancia disminuya a un tercio de su valor.

4. Dos rayos de luz de diferentes colores inciden desde el aire sobre la superficie de una lámina de vidrio con el mismo ángulo de incidencia ***i*** (véase figura). Cuando se refractan dentro del vidrio, siguen los caminos indicados en la figura. Explicar: 1º) Para cual de los dos rayos el índice de refracción del vidrio es mayor. 2º) En qué caso la velocidad de la luz dentro del vidrio es mayor.



r_1, r_2 son los ángulos de refracción

Aplicando la ley de Snell a la refracción en la superficie aire-vidrio

$$\sin i = n_1 \cdot \sin r_1$$
$$\sin i = n_2 \cdot \sin r_2$$

$$n_1 = \frac{\sin i}{\sin r_1} \qquad n_2 = \frac{\sin i}{\sin r_2}$$

En la figura se ve claramente que $r_2 < r_1$, por lo tanto $\sin r_2 < \sin r_1 \rightarrow n_2 > n_1$

Definición índice refracción $n_1 = \dfrac{c}{v_1}$ $\qquad n_2 = \dfrac{c}{v_2}$

Puesto que $n_2 > n_1 \rightarrow v_2 < v_1$ La mayor velocidad dentro del vidrio es la del rayo 1

5.- Un láser de Helio-Neón produce un rayo de luz roja de 632.8 nm. **a)** ¿Cuál es su frecuencia? **b)** ¿Qué energía transporta cada uno de sus fotones, expresando el resultado en electrón-voltios?

Constante de Planck h = $6.62\cdot10^{-34}$ J·s; c = $3\cdot10^{8}$ m/s; 1 nm = 10^{-9} m; 1 eV = $1.602\cdot10^{-19}$ J

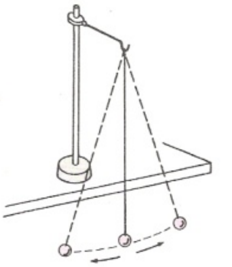
$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot10^{8}\ \text{m/s}}{632.8\cdot10^{-9}\ \text{m}} = 4.74\cdot10^{14}\ \text{s}^{-1} = 4.74\cdot10^{14}\ \text{Hz}$$

$$E = h\cdot f = \left(6.62\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}\right)\cdot\left(4.74\cdot10^{14}\ \text{s}^{-1}\right) = 3.14\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

1 eV es la energía cinética que adquiere un electrón al someterlo a una ddp = 1 V

$$1\ \text{eV} = \left(1.602\cdot10^{-19}\ \text{C}\right)\cdot\left(1\ \text{V}\right) = 1.602\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

$$E = \frac{3.14\cdot10^{-19}\ \text{J}}{1.602\cdot10^{-19}\ \text{J/eV}} = 1.96\ \text{eV}$$



6.- En el laboratorio del instituto medimos el tiempo que tarda un péndulo simple en describir oscilaciones de pequeña amplitud para determinar el valor de la aceleración de la gravedad. Responde a las siguientes cuestiones:

a) Si repites la experiencia con otra bola de masa distinta, ¿obtendrías los mismos resultados? ¿Por qué?

b) ¿Qué longitud debería tener el hilo para que el periodo fuera el doble del obtenido?

c) En la luna, donde la gravedad viene a ser 6 veces menor que en la Tierra (g_{Tierra}=9,8 m/s^2) ¿Cuál sería el periodo de un péndulo, si en la Tierra su periodo es de 2 segundos?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

(a) El periodo del péndulo simple es independiente de la masa; por lo tanto repetir el experimento con una masa distinta daría igual periodo, y el valor de la aceleración de la gravedad obtenido a partir de éste sería el mismo.

(b) Para obtener un periodo doble:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad 2T = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \qquad 2 = \sqrt{\frac{L'}{L}} \qquad L' = 4L$$

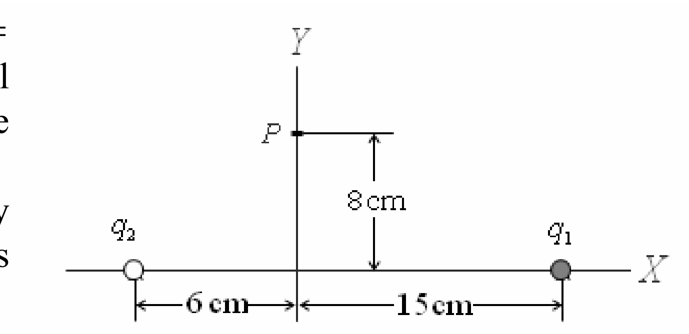
(c) En la Luna En la Tierra

$$T_{Luna} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{Luna}}} \qquad T_{Tierra} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{Tierra}}} \qquad \frac{T_{Tierra}}{T_{Luna}} = \sqrt{\frac{g_{Luna}}{g_{Tierra}}} = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$T_{Luna} = \sqrt{6}\cdot T_{Tierra} = 2\sqrt{6}\ \text{s} = 4.90\ \text{s}$$

1. Un par de cargas q_1= +491.3 nC y q_2= -1000 nC están colocadas a lo largo del eje X según se indica en la figura. Se pide:

a) Calcular el campo eléctrico (módulo y componentes) creado por estas dos cargas en el punto P.

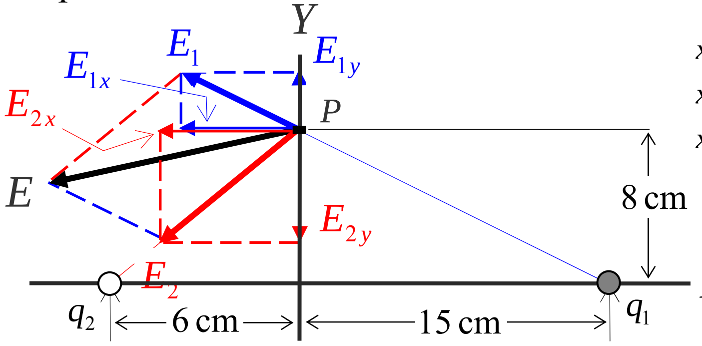


b) El eje X está dividido en tres tramos: a la izquierda de q_2, el tramo central y a la derecha de q_1. Razónese en qué tramo o tramos del eje existe un punto donde el potencial es igual a cero. No se pide calcular su posición.

Datos: $k = 9\cdot10^9$ N·m²/C² Ayuda: 1 nC = 10^{-9} C.

---

a) Cálculo de campos



$x_1 = 0.15$ m $\quad y_1 = 0$

$x_2 = -0.06$ m $\quad y_2 = 0$

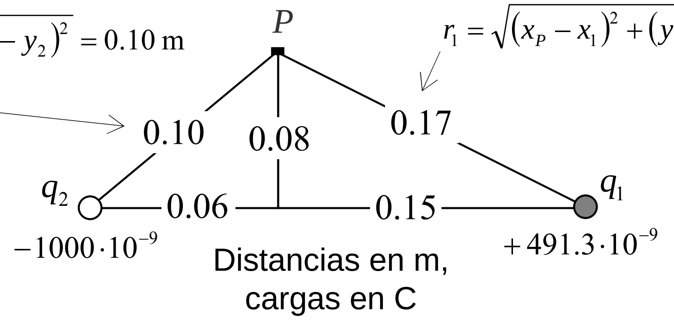
$x_P = 0 \quad y_P = 0.08$ m

$q_1 = +491.3\cdot10^{-9}$ C

$q_2 = -1000\cdot10^{-9}$ C

$$r_2 = \sqrt{(x_P - x_2)^2 + (y_P - y_2)^2} = 0.10 \text{ m}$$

$$r_1 = \sqrt{(x_P - x_1)^2 + (y_P - y_1)^2} = 0.17 \text{ m}$$



$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} = 153000 \text{ V/m}$$

$$E_{1x} = E_1\left(\frac{x_P - x_1}{r_1}\right) = -135000 \text{ V/m}$$

$$E_{1y} = E_1\left(\frac{y_P - y_1}{r_1}\right) = 72000 \text{ V/m}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r_2^2} = -900000 \text{ V/m}$$

$$E_{2x} = E_2\left(\frac{x_P - x_2}{r_2}\right) = -540000 \text{ V/m}$$

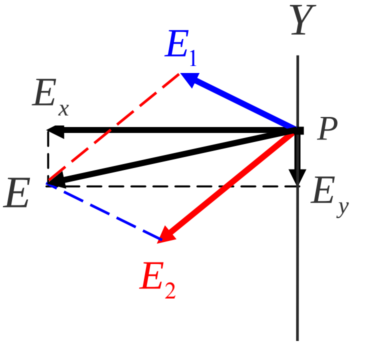
$$E_{2y} = E_2\left(\frac{y_P - y_2}{r_2}\right) = -720000 \text{ V/m}$$

<u>Campo total en P</u>

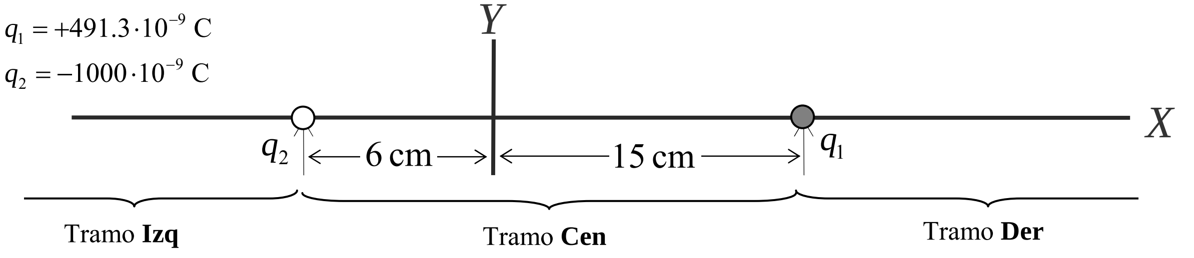
$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = -675000 \text{ V/m}$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = -648000 \text{ V/m}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 935697 \text{ V/m}$$



b) Discusión de los puntos de potencial nulo.



El potencial creado por una carga puntual es proporcional a la carga e inversamente proporcional a la distancia. En presencia de dos cargas, el potencial en cada punto es la suma algebraica de los potenciales.
Esto implica que en el tramo **Izq** no puede haber ningún punto de potencial nulo, porque todos los puntos del tramo están más cerca de la carga negativa que es la mayor en valor absoluto, por lo que el cociente carga/distancia será siempre mayor para q_2 que para q_1, y el potencial en todos esos puntos será negativo.

En los tramos **Cen** y **Der** sí existe un punto de potencial nulo en cada uno, pues el cociente carga/distancia puede equilibrarse cuando estemos lo bastante cerca de q_1 y lo bastante lejos de q_2, así que tendremos potencial cero en aquellos lugares en que el valor absoluto del potencial debido a q_1 sea igual al valor absoluto del potencial debido a q_2.

---

2. Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación (en unidades S.I.)

$$y = 0.2\sin\left(6\pi\, t + \pi\, x + \pi/4\right)$$

Calcula:

a) La frecuencia, el periodo, la longitud de la onda y la velocidad de propagación.

b) El estado de vibración, velocidad y aceleración de una partícula situada en x = 0,2 m en el instante t = 0,3 s.

c) Diferencia de fase entre dos puntos separados 0,3 m.

---

a) Ecuación de la forma $y(x,t) = A\sin\left(\omega\, t + k\, x + \delta\right)$

Se propaga en sentido negativo del eje X

$$\omega = 2\pi\, f = 6\pi \text{ rad/s} \rightarrow f = 3\text{ Hz} \rightarrow T = 1/f = 0.333\text{ s}$$

$$k = 2\pi/\lambda = \pi \text{ m}^{-1} \rightarrow \lambda = 2\text{ m}$$

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{6\pi}{\pi} = 6\text{ m/s}$$

b) Para x = 0.2 m, t = 0.3 s.

$$y = 0.2\sin\left(6\pi\cdot 0.3 + \pi\cdot 0.2 + \pi/4\right) = 0.2\sin(7.069) = 0.1414\ \text{m}$$

Velocidad $\dfrac{dy}{dt} = 0.2\cdot 6\pi\cos\left(6\pi\, t + \pi\, x + \pi/4\right) = 0.2\cdot 6\pi\cos(7.069) = 2.666\ \text{m/s}$

Aceleración $\dfrac{d^2y}{dt^2} = -0.2\cdot 36\pi^2\sin\left(6\pi\, t + \pi\, x + \pi/4\right)$

$$= 0.2\cdot 36\pi^2\cos(7.069) = -50.25\ \text{m/s}^2$$

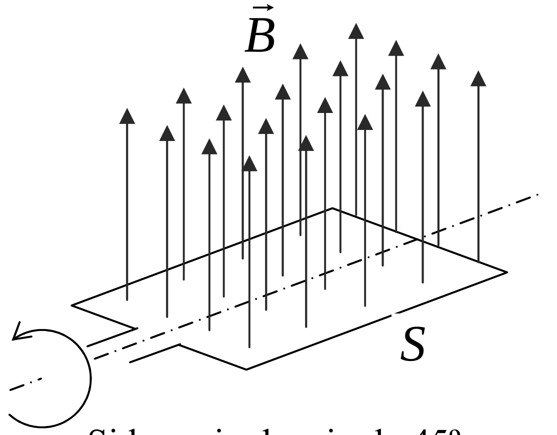
c) Diferencia de fase entre dos puntos separados Δx = 0.3 m

$$\delta_1 = 6\pi\, t + \pi\, x + \pi/4$$

$$\delta_2 = 6\pi\, t + \pi\,(x + 0.3) + \pi/4$$

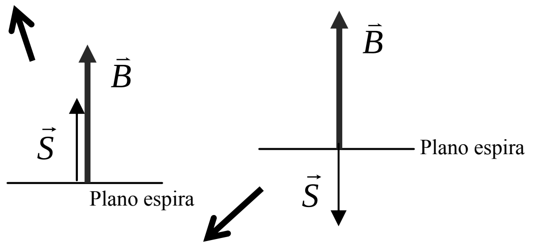
$$\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1 = 0.3\,\pi\text{ rad}$$

3. Una espira rectangular de área $S = 50\ \text{cm}^2$ está girando con velocidad angular constante dentro de un campo magnético uniforme de módulo $B = 10^{-3}$ T. Determinar el flujo magnético cuando la espira está perpendicular al campo magnético y cuando haya girado 45º. El resultado debe expresarse en unidades del sistema internacional.



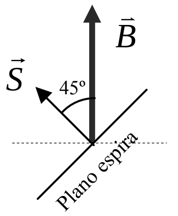
Si la espira está perpendicular al campo, el vector $\vec{S}$ será o paralelo o antiparalelo a $\vec{B}$

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = 10^{-3}\ \text{T}\cdot 5\cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cos 0 = 5\cdot 10^{-6}\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$

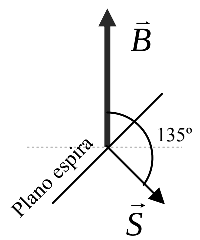


$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = 10^{-3}\ \text{T}\cdot 5\cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot\cos 180 = -5\cdot 10^{-6}\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$

Si la espira ha girado 45º, $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman o 45º o 135º



$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = \frac{10^{-5}}{\sqrt{2}}\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$



$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = -\frac{10^{-5}}{\sqrt{2}}\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$

---

4. Se dice que un satélite está en una órbita ecuatorial geoestacionaria cuando su periodo orbital es el mismo que el periodo de rotación de la Tierra, porque de este modo el satélite permanece siempre sobre el mismo punto de la superficie. Hoy en día la órbita geoestacionaria está a unos 36000 km por encima del nivel del mar. Pero como la rotación de la Tierra se va ralentizando lentamente con el tiempo, la duración del día hace millones de años era menor que hoy: en la época de los dinosaurios el día duraba unas 21 horas, no 24 como en la actualidad. Si alguien hubiese querido situar en aquel entonces un satélite en órbita geoestacionaria, ¿hubiese tenido que colocar el satélite a mayor o menor distancia de la superficie? Explíquese.

$$F = G\frac{M_{\text{tierra}}\cdot m_{\text{satelite}}}{R^2_{\text{geoestacionario}}} = m_{\text{satelite}}\cdot\omega^2\cdot R_{\text{geoestacionario}}$$

(fuerza de atracción de newton = fuerza centrípeta)

$$R^3_{\text{geoestacionario}} = \frac{G\,M_{\text{tierra}}}{\omega^2}$$

Cuando la duración del día era de 21 horas, la velocidad angular de rotación era mayor. Véase que si la velocidad angular se incrementa, el radio de la órbita geoestacionaria se reduce. Por lo tanto en la época de los dinosaurios la órbita geoestacionaria estaba más cerca del suelo que en la actualidad.

Explicación alternativa (sin fórmulas). Cuando la velocidad angular era mayor, un satélite geoestacionario disponía de menos tiempo para completar una vuelta, y por eso debía recorrer una circunferencia de menor longitud, y por lo tanto de menor radio, para mantenerse siempre sobre el mismo punto de la superficie.

5.- a) Enuncia la hipótesis de De Broglie.

b) Calcula la longitud de onda de un electrón de 10 eV de energía cinética

Datos: h=6'626·10^{-34}J s, 1 eV = 1'602·10^{-19}J , m_e= 9,1 . 10^{-31} Kg

a) Hipótesis de de Broglie: las partículas llevan asociada una onda cuya longitud de onda es inversamente proporcional al momento lineal $p = m \cdot v$ $\quad \lambda = \dfrac{h}{p}$

b) Electrón de 10 eV $\quad E = \dfrac{1}{2} m \cdot v^2 = \dfrac{1}{2} \dfrac{(m \cdot v)^2}{m} = \dfrac{1}{2} \dfrac{p^2}{m}$

$$p = \sqrt{2m \cdot E} \quad = \sqrt{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}} = 1.707 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{1.707 \cdot 10^{-24}} = 3.88 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

6.- En el laboratorio del instituto se han medido los siguientes ángulos de refracción cuando un haz luminoso incide desde un vidrio hacía el aire (n_{aire}=1) para observar el fenómeno de la reflexión total. De acuerdo con los datos de la práctica responde a las siguientes cuestiones:

EXPERIENCIA	Ángulo de incidencia	Ángulo de refracción
1ª	23º	34º
2ª	32º	49º
3ª	39º	64º
4ª	44º	90º

a) Determina el índice de refracción del vidrio

b) ¿A qué llamamos ángulo límite? Determínalo según los datos de la tabla

c) Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite, la luz
a) se refleja, b) se refracta, o c) se refleja y se refracta.

a) Ïndice de refracción $n \sin i = \sin r$

Valor medio $n = 1.4308$

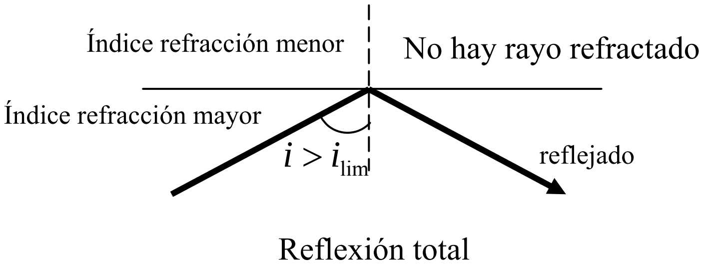
$$n = \frac{\sin r}{\sin i}$$

i^o	r^o	sin i	sin r	n
23	34	0,3907	0,5592	1,4311
32	49	0,5299	0,7547	1,4242
39	64	0,6293	0,8988	1,4282
44	90	0,6947	1,0000	1,4396

b) Ángulo límite es aquel ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es igual a 90º. El fenómeno asociado es la reflexión total. En el caso de esta cuestión, el ángulo límite es de 44º.

c) Cuando hay reflexión total la luz se refleja totalmente en la superficie, volviendo al mismo medio. No se refracta. Esto ocurre cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite.

$$\sin i = n_{aire} \sin r$$



Reflexión total