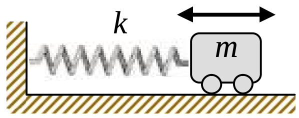
Septiembre 2012 Opción A

PROBLEMA 1

En el laboratorio de física tenemos un carrito de masa $m$ = 200 gramos unido a un muelle horizontal según se muestra en la figura. Un estudiante desplaza el carrito hacia la derecha de modo que el muelle se estira 20 cm, y después lo suelta dejándolo oscilar libremente (suponemos que el muelle es un medio elástico ideal y que los rozamientos son despreciables). Se pide:




a) Explicar razonadamente qué clase de movimiento describe el carrito.

b) Se cronometra el tiempo que tarda el carrito en describir diez oscilaciones completas: este tiempo resulta ser de 25.13 s. Calcular la constante $k$ del muelle y escribir la ecuación de su movimiento.

c) ¿Cuál es la energía total del movimiento del carrito en cualquier instante? ¿Qué velocidad tiene el carrito cada vez que pasa por el punto central en cada oscilación?

---

a) El muelle es un sistema elástico que al estirarse o encogerse ejerce una fuerza proporcional a su deformación (es decir, a su incremento de longitud, sea éste positivo o negativo) y de signo opuesto a la misma de acuerdo con la ley de Hooke $F = -k \cdot x$. Al aplicar esta fuerza sobre el carrito, éste describirá un movimiento armónico simple, ya que la fuerza dada por la ley de Hooke es una fuerza restauradora.

b) Periodo del movimiento $T = \frac{25.13}{10} = 2.513\,\text{s} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}513} = 2.50\,\text{rad/s}$

Relación entre $\omega$ y $k$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \rightarrow \quad k = m\,\omega^2 \qquad k = 0.2 \cdot 2.50^2 = 1.25\ \text{N/m}$

Ecuación del movimiento ($A$ = 20 cm, pues este es el máximo alargamiento del muelle)

$x = A\sin(\omega t + \delta)$ Tomamos como origen de tiempos $t$ = 0 el máximo estiramiento, es decir, el momento en que $x = A$

$x_0 = A\sin\delta = A \rightarrow \sin\delta = 1 \rightarrow \delta = \pi/2\ \text{rad} \qquad x = 20\sin(2.50\,t + \pi/2) \quad x$ en cm, $t$ en s

c) La energía total (suma de energía cinética y energía potencial elástica) está dada por

$$E = \frac{1}{2}k\,A^2 = \frac{1}{2}1.25 \cdot 0.2^2 = 0.025\,\text{J}$$

Cuando el carrito pasa por el centro toda su energía es cinética, ya que siendo $x$ = 0 la energía potencial (1/2) $k \cdot x^2$ en ese punto es igual a cero.

$$E_C = \frac{1}{2}m\,v^2 = E \qquad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.025}{0.2}} = 0.50\,\text{m/s}$$

Septiembre 2012 Opción A

PROBLEMA 2

Tres cargas eléctricas puntuales de $+5\cdot10^{-6}$ C, situadas en el vacío, están fijadas en los puntos de coordenadas A (0, 0), B (4, 0) y C (0, 3). Todas las coordenadas están expresadas en metros.

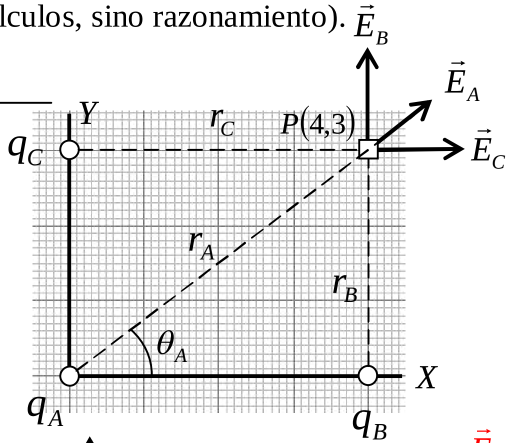
(a) Hacer un esquema donde se represente con claridad el vector intensidad de campo eléctrico en el punto (4, 3) y calcular dicho vector expresándolo en unidades del sistema internacional.

(b) Calcular el potencial eléctrico en dicho punto (4, 3) y el trabajo necesario para acercar una pequeña carga de $+2\cdot10^{-8}$ C desde el infinito hasta ese punto.

(c) Explicar cómo cambiarán los resultados de los apartados anteriores si las tres cargas fijas fuesen negativas en lugar de positivas (no se pide repetir cálculos, sino razonamiento).

Constante de la ley de Coulomb: $k = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻²

---



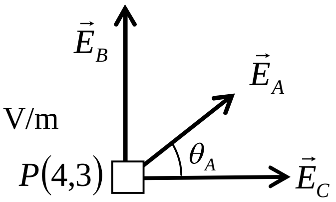

(a) El campo creado por las tres cargas en el punto $P$(4,3) es la suma vectorial de los campos de cada una de ellas.

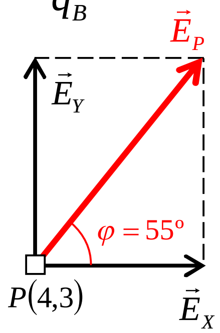
Carga $q_A$ $\quad E_A = k\dfrac{q_A}{r_A^2} = 9\cdot10^9\dfrac{5\cdot10^{-6}}{5^2} = 1.8\cdot10^3 = 1800\text{ V/m}$

$r_A = \sqrt{4^2+3^2} = 5\text{ m} \qquad \tan\theta_A = \dfrac{3}{4} \rightarrow \theta_A = 36.9^\circ$

Carga $q_B$ $\quad E_B = k\dfrac{q_B}{r_B^2} = 9\cdot10^9\dfrac{5\cdot10^{-6}}{3^2} = 5\cdot10^3 = 5000\text{ V/m}$

Carga $q_C$ $\quad E_C = k\dfrac{q_C}{r_C^2} = 9\cdot10^9\dfrac{5\cdot10^{-6}}{4^2} = 2.8125\cdot10^3 = 2812.5\text{ V/m}$




Componentes del campo en $P$(4, 3)

$$E_X = E_A\cos\theta_A + E_C = 1800\cos 36.9 + 2812.5 = 1800\cdot0.8 + 2812.5 = 4252.5\text{ V/m}$$

$$E_Y = E_A\sin\theta_A + E_B = 1800\sin 36.9 + 2812.5 = 1800\cdot0.6 + 5000 = 6080\text{ V/m}$$

$\vec{E}_P = \vec{E}_X + \vec{E}_Y = 4252.5\,\vec{i} + 6080\,\vec{j}$ (V/m) $\qquad E_P = \sqrt{4252.5^2 + 6080^2} = 7419.6\text{ V/m}$

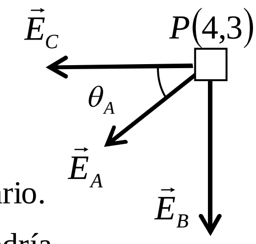
$\tan\varphi = \dfrac{6080}{4252.5} \rightarrow \varphi = 55^\circ$

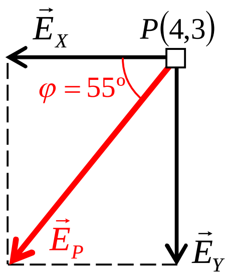
(b) El potencial en $P$(4,3) es la suma de los potenciales de las cargas individuales.

$$V_P = k\frac{q_A}{r_A} + k\frac{q_B}{r_B} + k\frac{q_C}{r_C} = 9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-6}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) = 35250\text{ V}$$

El trabajo necesario para trasladar una carga $q'$ desde el infinito (potencial $V_\infty = 0$) hasta $P$ es

$$W = q'(V_P - V_\infty) = 2\cdot10^{-8}\cdot35250 = 7.05\cdot10^{-4}\text{ J}$$




(c) Si las cargas fuesen negativas, el sentido de los vectores campo tendría igual módulo pero estaría invertido porque el campo creado en un punto por una carga negativa se dirige *hacia* la carga. Esquema del campo a la derecha.

El potencial tendría el mismo valor absoluto, pero signo contrario.

El trabajo para llevar la carga $q'$ = $+2\cdot10^{-8}$ C al punto $P$ tendría signo negativo: el campo haría el trabajo, pues la carga $q'$ positiva se vería atraída hacia el punto $P$ de potencial negativo.

$E_P$: igual módulo

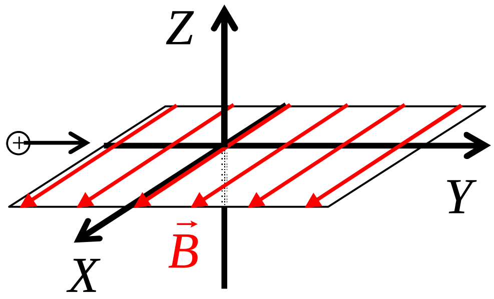
$\vec{E}_P$ : sentido opuesto

**CUESTIÓN 3**. ¿Aumenta o disminuye la energía potencial gravitatoria cuando nos movemos desde un punto situado a gran altura en dirección hacia la superficie de la Tierra? Razónelo.

Teniendo en cuenta que la energía potencial gravitatoria viene dada por la expresión: $\Delta U = -G\ M\ m\ /\ r$, al reducirse $r$ aumenta el valor absoluto de $\Delta U$ ; pero debido al signo negativo, este aumento en valor absoluto supone una disminución de la energía potencial gravitatoria. Por tanto, cuando desde un punto lejano nos acercamos a la superficie, la energía potencial gravitatoria *disminuye*.

---

**CUESTIÓN 4.** Una partícula cargada positivamente que viaja en la dirección del eje $Y$ entra en una zona donde hay un campo magnético uniforme orientado paralelamente al eje $X$ tal y como se muestra en la figura. En la misma región hay también un campo eléctrico uniforme en una dirección que tenemos que determinar. Se observa que la trayectoria de la partícula no se altera y que continúa su trayectoria rectilínea dentro del campo magnético.




Explicar razonadamente cuál es la dirección y el sentido del campo eléctrico.

La fuerza magnética que actúa sobre la carga positiva es

$$\vec{F}_m = q\,\vec{v}\times\vec{B} = q\cdot v\cdot B\left(\vec{j}\times\vec{i}\right) = q\cdot v\cdot B\left(-\vec{k}\right)$$

$\Rightarrow$ Para que la carga no se desvíe, la fuerza eléctrica debe estar orientada en el sentido positivo del eje $Z$

Por lo tanto el campo eléctrico debe ser igual a $\vec{E} = v\,B\,\vec{k}$ (orientado sentido $Z$ positivo)

ya que de este modo la fuerza eléctrica es $\vec{F}_E = q\,\vec{E} = q\cdot v\cdot B\,\vec{k}$ y se cumple $\vec{F}_m + \vec{F}_E = 0$

**CUESTIÓN 5.** Una superficie metálica emite electrones cuando se ilumina con luz verde, pero no con luz amarilla, ¿qué ocurrirá si la iluminación se hace con luz azul? ¿Y con roja? ¿Por qué?

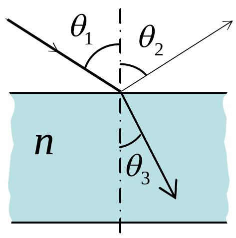
Indicación: el orden de los colores del arco iris es violeta/azul/verde/amarillo/anaranjado/rojo.

Las frecuencias correspondientes a los distintos colores son tanto mayores cuanto más cerca se encuentran del ultravioleta. Las frecuencias de los colores siguen el orden

$$f_{UV} > f_{azul} > f_{verde} > f_{amarillo} > f_{rojo}$$

Como la energía es proporcional a la frecuencia ($E = h{\cdot}f$), las energías de las radiaciones visibles siguen el mismo orden decreciente que las frecuencias. Según el enunciado, el verde sí origina emisión de electrones, mientras que el amarillo no: esto significa que la frecuencia umbral está comprendida entre el verde y el amarillo. En consecuencia, se producirá efecto fotoeléctrico con luz azul (la más próxima al ultravioleta, y de mayor energía) y no con luz roja (la más alejada de la frecuencia ultravioleta y por tanto de menor energía).

**CUESTIÓN 6 (Experimental).** El esquema de la figura representa un montaje utilizado en el laboratorio para una práctica de óptica. Un rayo luminoso incide desde el aire con ángulo $\theta_1$ sobre la cara superior de una lámina de vidrio de índice de refracción $n$, y parte de la luz se refleja en la superficie formando un ángulo $\theta_2$, mientras que otra parte se refracta formando un ángulo $\theta_3$. Conteste a las siguientes preguntas:




(a) El ángulo $\theta_2$, ¿es mayor, menor o igual que $\theta_1$? ¿Por qué?

(b) ¿Está justificado que en el esquema se represente el ángulo $\theta_3$ menor que $\theta_1$, o por el contrario debería haberse dibujado $\theta_3$ mayor que $\theta_1$? Explicar la respuesta.

(c) El índice de refracción del vidrio es $n$ = 1.5925 y el ángulo $\theta_3$ = 20º. Calcular el ángulo $\theta_1$ con el que incidió el rayo procedente del aire.

(a) Por la ley de la reflexión, rayo incidente y el reflejado son iguales $\rightarrow \theta_2 = \theta_1$

(b) Puesto que el rayo procede del aire (índice de refracción igual a 1) y se refracta en un medio de mayor índice de refracción (vidrio), el rayo refractado debe acercarse a la normal. Por lo tanto el esquema es correcto. La justificación es la ley de Snell.

$$n_1 \sin\theta_1 = n_3 \sin\theta_3$$

$$n_1 = 1 \qquad n_3 = n > 1 \qquad \sin\theta_3 = \frac{\sin\theta_1}{n}$$

(c) $n$ = 1.5925 y $\theta_3$= 20º $\sin\theta_1 = n\sin\theta_3 = 1.5925{\cdot}\sin 20^\circ = 0.5447$ $\theta_1 = 33^\circ$

Septiembre 2012 Opción B

PROBLEMA 1

Una misión cuyo objetivo es la exploración de Marte pretende colocar un vehículo de 490 kg en una órbita circular de 3500 km de radio alrededor de ese planeta. Determinar:

(a) Energía cinética del vehículo en órbita y tiempo necesario para completar una órbita.

(b) Energía potencial del satélite.

(c) Si por necesidades de la misión hubiese que transferir el vehículo a otra órbita situada a 303 km sobre la superficie, ¿qué energía sería necesario suministrarle?

Constante de gravitación universal $G = 6.67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

Datos de Marte. Masa: $M = 6.4185\cdot10^{23}$ kg; diámetro $D = 6794$ km

---

(a) Calculamos la energía cinética basándonos en que fuerza de atracción de newton = fuerza centrípeta

$$F_N = G\frac{M\cdot m}{r^2} = \frac{m\cdot v^2}{r} = F_C$$

$$E_C = \frac{m\cdot v^2}{2} = G\frac{M\cdot m}{2r} = 6.67\cdot10^{-11}\,\frac{6.4185\cdot10^{23}\cdot 490}{2\cdot3500\cdot10^3}$$

$$E_C = 3\cdot10^9 \text{ J}$$

Periodo de la órbita: conocida la $E_C$ calculamos la velocidad orbital

$$v = \sqrt{\frac{2\cdot E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot1.50\cdot10^9}{490}} = 3497 \text{ m/s}$$

Periodo orbital: en una órbita el vehículo recorre una distancia $2\pi R$ con velocidad $v$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\cdot3500\cdot10^3}{2473}$$

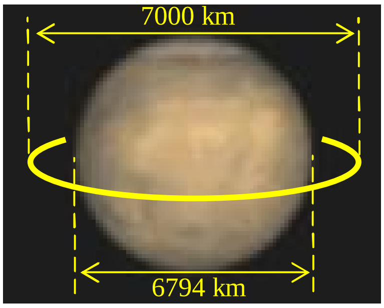
$$T = 6288 \text{ s} = 1 \text{ h } 45 \text{ min}$$

(b) Energía potencial gravitatoria

$$E_P = -G\frac{M\cdot m}{r} = -6.67\cdot10^{-11}\,\frac{6.4185\cdot10^{23}\cdot 490}{3500\cdot10^3}$$

$(=-2E_C)$

$$E_P = -6\cdot10^9 \text{ J}$$




(c) Para resolver el problema de un eventual cambio de órbita: la energía necesaria para ello es la diferencia de energía mecánica (suma cinética + potencial) entre las órbitas indicadas.

La energía mecánica para una órbita de radio $r$ es:

$$E = E_C + E_P = \frac{m\cdot v^2}{2} + \left(-G\frac{M\cdot m}{r}\right) = G\frac{M\cdot m}{2r} + \left(-G\frac{M\cdot m}{r}\right) = -G\frac{M\cdot m}{2r}$$

Órbita inicial $r_1$ = 3500 km (3500 – 6794/2 = 103 km de altura)

Órbita modificada $h_2$ = 303 km $\rightarrow$ $r_2$ = 6794/2 + 303 = 3700 km

$$E_1 = -G\frac{M\cdot m}{2r_1} = -6.67\cdot10^{-11}\,\frac{6.4185\cdot10^{23}\cdot 490}{2\cdot3500\cdot10^3} = -3.00\cdot10^9 \text{ J}$$

$$E_2 = -G\frac{M\cdot m}{2r_2} = -6.67\cdot10^{-11}\,\frac{6.4185\cdot10^{23}\cdot 490}{2\cdot3700\cdot10^3} = -2.83\cdot10^9 \text{ J}$$

Energía para pasar de la órbita $r_1$ a la órbita $r_2$

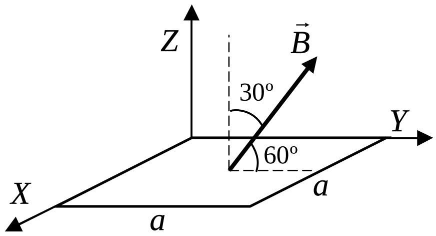
$$E = E_2 - E_1 = -G\frac{M\cdot m}{2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$E = -2.83\cdot10^9 + 3.00\cdot10^9$$

$$E = 1.7\cdot10^8 \text{ J}$$

PROBLEMA 2

Una espira conductora de forma cuadrada y lado $a$ = 16 cm está colocada sobre el plano XY en una zona donde hay un campo magnético orientado según se indica en la figura. El módulo del campo cambia según $B = 0.01\cdot(0.5\ t^2 + 2\ t + 1)$, donde $t$ es el tiempo expresado en segundos, y el campo $B$ se mide en tesla.



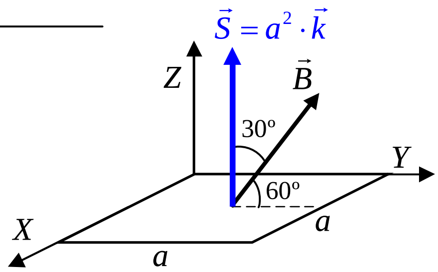

a) Calcular el flujo magnético en la espira en función del tiempo

b) Calcular la fuerza electromotriz inducida en la espira cuando $t$ = 10 s.

c) Indicar, mediante un dibujo, el sentido de la corriente inducida en la espira. Razónese la respuesta.

---

a) El flujo magnético es igual al producto escalar




$$\Phi(t) = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos 30^{\circ}$$

Puesto que el campo magnético depende del tiempo, el flujo a través de la superficie también depende del tiempo.

$$\left.\begin{array}{l} B = 0.01\left(0.5\,t^2 + 2\,t + 1\right) \\ S = a^2 \end{array}\right\} \quad \Phi(t) = 0.01\cdot\left(0.5\,t^2 + 2\,t + 1\right)\cdot 0.16^2\cdot\cos 30^{\circ}$$

$$\Phi(t) = 22.17\cdot 10^{-3}\cdot\left(0.5\,t^2 + 2\,t + 1\right)\ \mathrm{T\cdot m^2}\ \mathrm{(Wb)}$$

b) Fuerza electromotriz cuando $t$ = 10 s.

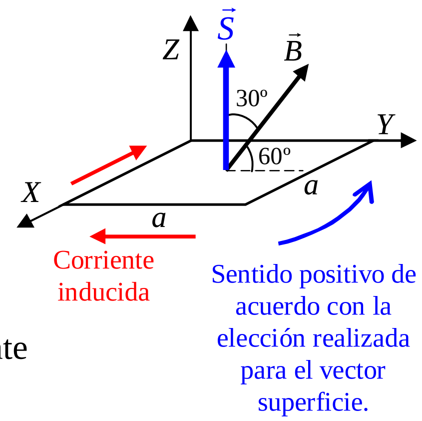
La fem inducida en la espira es igual a la variación del flujo magnético con el tiempo, y dicha variación se opone a la causa que la produce (ley de Faraday).

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -22.17\cdot 10^{-3}\cdot(t+2) \qquad \varepsilon_{t=10} = -22.17\cdot 10^{-3}\cdot(10+2) = -2.66\cdot 10^{-3}\ \mathrm{V} = -2.66\ \mathrm{mV}$$

c) Sentido de la corriente inducida.

De acuerdo con el sentido asignado al vector superficie, nuestra referencia para sentido positivo es el recorrido de la espira en sentido antihorario.

A medida que pasa el tiempo, el valor absoluto del campo magnético se incrementa y la fem se hace más negativa debido al signo menos de la ley de Faraday:




esto implica que la fem inducida, y por lo tanto la corriente inducida que dicha fem origine, son de sentido horario.

c) Razonamiento alternativo:

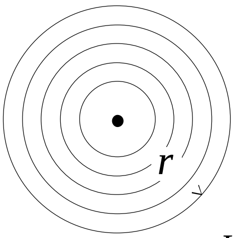
A medida que pasa el tiempo, el flujo magnético crece debido a que el campo magnético $B$ (orientado hacia arriba) está creciendo: la forma de oponerse al crecimiento del flujo es oponerse al crecimiento del campo, y esto implica que la corriente inducida debe ser de sentido horario, pues tal sentido de corriente lleva asociado un campo magnético orientado hacia abajo.

**CUESTIÓN 3**. Las líneas de fuerza de un campo eléctrico, ¿pueden cortarse entre sí? Si una partícula cargada se pudiese mover libremente dentro del campo eléctrico, ¿marcharía a lo largo de una línea de fuerza del campo? ¿Influye en algo que la carga sea positiva o negativa?

Dos líneas de campo no pueden cortarse entre sí, porque eso significaría que en el punto de corte, existirían ***dos*** valores distintos de la intensidad del campo eléctrico (recuérdese que ***E*** es tangente a las líneas de fuerza en cada punto).

En cuanto a la segunda pregunta, la respuesta es "*si*" por la propia definición de líneas de fuerza del campo eléctrico: trayectoria que seguiría una carga eléctrica abandonada libremente en el seno del campo eléctrico. Si la carga fuese positiva, se movería en el mismo sentido que tenga la línea del campo eléctrico (yendo de potenciales mayores a regiones de potenciales menores). Si la carga es negativa, se movería en sentido contrario a la línea del campo eléctrico (de potenciales menores hacia potenciales mayores).

**CUESTIÓN 4**. Un altavoz emite una potencia de 40 W. Si un oyente inicialmente situado a 1 m del mismo se aleja hasta 4 m, ¿cómo variará la intensidad de la onda sonora que percibe? Suponga que la potencia emitida se distribuye por igual en todas direcciones.




La intensidad a cierta distancia *r* es igual la potencia de la fuente dividida por el área de la superficie esférica de radio *r*.

$$I = \frac{P}{4\pi\, r^2}$$

$$I(1\,\mathrm{m}) = \frac{40}{4\pi \cdot 1^2} = \frac{10}{\pi}\ \mathrm{W/m^2}$$

$$I(4\,\mathrm{m}) = \frac{40}{4\pi \cdot 4^2} = \frac{5}{8\pi}\ \mathrm{W/m^2}$$

$$\frac{I(1\,\mathrm{m})}{I(4\,\mathrm{m})} = \frac{10/\pi}{5/8\pi} = 16 \qquad I(1\,\mathrm{m}) = 16 \cdot I(4\,\mathrm{m}) \qquad I(4\,\mathrm{m}) = I(1\,\mathrm{m})/16$$

Cuando se aleja 4 veces, la intensidad percibida se divide por 16, ya que varía como $1/r^2$.

**CUESTIÓN 5**. Los brotes de rayos gamma son destellos de muy alta energía cuyo origen se atribuye a la formación de un agujero negro por colapso gravitatorio de una estrella de gran masa. Los fotones de uno de estos brotes detectados en la Tierra tienen una longitud de onda $198{,}78\cdot10^{-14}$ m. Determinar su energía y compararla con la energía de un láser de luz visible cuya frecuencia es $60{,}36\cdot10^{13}$ Hz. Constante de Planck $h$ = $6{,}626\cdot10^{-34}$ J·s. Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\cdot10^{8}$ m/s.

Energía del fotón gamma

$$E = h\ f = h\frac{c}{\lambda} = 6.626{\cdot}10^{-34}\frac{3{\cdot}10^{8}}{198.78{\cdot}10^{-14}} = 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

Energía del fotón de luz visible

$$E' = h\ f' = 6.626{\cdot}10^{-34}{\cdot}60.36{\cdot}10^{13} = 4{\cdot}10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{10^{-13}}{4{\cdot}10^{-19}} = 2.5{\cdot}10^{5}$$

Cada fotón de radiación gamma transporta 250000 veces más energía que el fotón de luz visible con el que comparamos

**CUESTIÓN 6 (Experimental)**. En un laboratorio de Física instalado en la Luna se dispone de tres péndulos simples. Para cada uno de ellos se mide el tiempo que invierte en realizar 5 oscilaciones completas. Los datos están listados en la tabla a la derecha. Explicar cómo puede calcularse la aceleración de la gravedad en La Luna y determinar su valor a partir de estos datos.

| | Longitud (cm) | Tiempo de 5 osc. (segundos) |
|---|---|---|
| Péndulo 1 | 125 | 27,6 |
| Péndulo 2 | 187 | 33,8 |
| Péndulo 3 | 221 | 36,7 |

Periodo de un péndulo simple $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Podemos calcular el periodo dividiendo por 5 los tiempos medidos experimentalmente.

Una vez obtenidos los periodo despejamos $g$ y hacemos el promedio $g = \frac{4\pi^2\cdot L}{T^2}$

Pasamos longitudes a m

Calculamos

Dividimos por 5

| | Longitud (cm) | Tiempo de 5 osc. (segundos) | $L$ (m) | $T$ (s) | $g$ (m·s$^{-2}$) |
|---|---|---|---|---|---|
| Péndulo 1 | 125 | 27,6 | 1,25 | 5,5 | 1,62 |
| Péndulo 2 | 187 | 33,8 | 1,87 | 6,8 | 1,62 |
| Péndulo 3 | 221 | 36,7 | 2,21 | 7,3 | 1,62 |

Promedio:

$$g = 1.62\ \mathrm{m/s^2}$$