OPCIÓN A. PROBLEMA 1

Una onda transversal se propaga por una cuerda tensa fija por sus extremos con una velocidad de 80 m/s, y al reflejarse se forma el cuarto armónico de una onda estacionaria cuya ecuación es $y = 0.12\,\text{sen}(kx)\cos(\omega t)$ (todas las magnitudes expresadas en el Sistema Internacional).

a) Si la longitud de la cuerda tensa es 4 m, calcular los valores de los parámetros *k* (número de ondas), ω (frecuencia angular) y expresar su frecuencia en hercios.

b) ¿Cuál es la máxima elongación de un punto de la cuerda situado a 0.5 m de un extremo? ¿Cuál es la máxima aceleración que experimenta ese punto de la cuerda?

c) ¿Qué frecuencia debería tener la onda transversal que se propaga por la cuerda a 80 m/s para que se formase el segundo armónico en lugar del cuarto? Explíquese brevemente.

a) El 4º armónico de la onda estacionaria presenta 4 vientres, pues aparece cuando en la longitud *L* de la cuerda tensa encajan exactamente 4 semi-longitudes de onda, es decir, dos ondas completas. La longitud de onda es por lo tanto

$$\lambda = L/2 = 4/2 = 2\ \text{m}$$

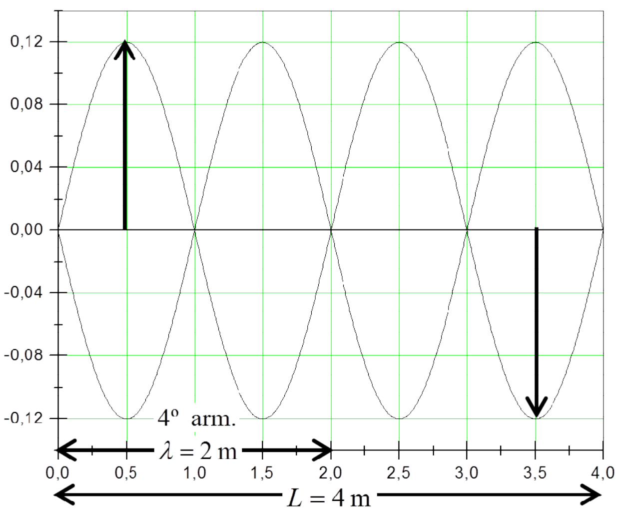
Parámetros pedidos:

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi/2 = \pi\ \text{rad/m}\ \left(\text{m}^{-1}\right)$$

Velocidad de propagación $v = \omega / k$

$$\omega = v \cdot k = 80\pi\ \text{rad/s}$$

$$f = \omega / 2\pi = 40\ \text{Hz}$$



Ecuación de la onda estacionaria (S.I.): $y = 0.12\,\text{sen}(\pi\,x)\cos(80\pi\,t)$

b) El valor máximo de la elongación es el valor absoluto de la ecuación de onda cuando el término coseno tiene un valor absoluto igual a la unidad. Para el punto *x* = 0.5 m (y lo mismo para el punto *x* = 3.5 m, también situado a 0.5 m de un extremo) esto implica una elongación máxima igual a la amplitud: $y_{\max} = 0.12\,\text{sen}(\pi \cdot 0.5) = 0.12\ \text{m}$

Aceleración de un punto genérico de la cuerda:

$$a = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left[0.12\,\text{sen}(\pi\,x)\cos(80\pi\,t)\right]\right) = -0.12\cdot(80\pi)^2\,\text{sen}(\pi\,x)\cos(80\pi\,t) = -768\pi^2\,\text{sen}(\pi\,x)\cos(80\pi\,t)$$

El valor máximo de esta aceleración para el punto *x* = 0.5 m es el valor absoluto cuando el coseno vale ±1 (igual para el punto *x* = 3.5 m, que también está situado a 0.5 m de un extremo):

$$a_{\max} = \left|-768\pi^2\,\text{sen}(\pi\,x)\right| = \left|-7580\,\text{sen}(\pi\cdot 0.5)\right| = 7580\ \text{m s}^{-2}$$

c) El segundo armónico presenta dos vientres, pues se forma cuando dentro de la longitud *L* de la cuerda encajan exactamente dos semilongitudes de onda, es decir, una onda completa. Por lo tanto $\lambda_2 = L = 4\text{m}$, y de ahí calculamos el número de ondas correspondiente: $k_2 = 2\pi/\lambda_2 = 2\pi/4 = \pi/2$ rad/m (m^{-1}).

Calculamos la frecuencia angular sabiendo la velocidad: $\omega_2 = v \cdot k_2 = 80\cdot\pi/2 = 40\pi\ \text{rad/s}$

La frecuencia del segundo armónico es entonces $f_2 = \omega_2 / 2\cdot\pi = 40\cdot\pi/2\cdot\pi = 20\ \text{Hz}$

<u>Razonamiento alternativo</u>: como todas las frecuencias son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental f_1, la frecuencia del segundo armónico debe ser la mitad de la del cuarto armónico calculada en el apartado a). Por tanto $f_2 = 40/2 = 20$ Hz.

OPCIÓN A. PROBLEMA 2

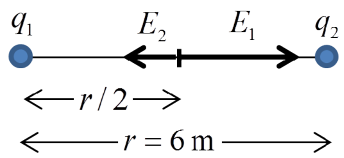
Una carga eléctrica $q_1 = +2\cdot 10^{-5}$ C se encuentra a 6 m de otra carga q_2 que ejerce sobre ella una fuerza repulsiva de 0.025 N. Ambas cargas se encuentran fijas en sus posiciones de modo que no pueden moverse. El valor de la constante de la ley de Coulomb es $k = 9\cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

a) Calcular el campo eléctrico en el punto medio del segmento que une las dos cargas. Indicar mediante un esquema su dirección y su sentido.

b) Calcular la energía potencial electrostática del sistema formado por las dos cargas y el potencial en el punto medio del segmento que las une.

c) Determinar el trabajo necesario para llevar hasta el punto medio del segmento que une a q_1 y q_2 una tercera carga $q_3 = +10^{-8}$ C procedente del infinito. ¿Qué signo tiene este trabajo y cómo se interpreta?

a) A partir de la ley de Coulomb determinamos q_2



$$F = k\frac{q_1\, q_2}{r^2} \qquad q_2 = \frac{F\, r^2}{k\, q_1} = \frac{0.025\cdot 6^2}{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-5}} = +5\cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

(Puesto que q_2 repele a q_1, q_2 también es positiva).

Conocidos los valores de ambas cargas calculamos el campo.

$$E_1 = k\frac{q_1}{(r/2)^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 10^{-5}}{3^2} = 2\cdot 10^4\ \text{V/m}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{(r/2)^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{5\cdot 10^{-6}}{3^2} = 5\cdot 10^3\ \text{V/m}$$

Campo en el punto medio

$$E = E_1 - E_2 = 1.5\cdot 10^4\ \text{V/m}$$

(Mismo sentido que $\boldsymbol{E_1}$, $\boldsymbol{E}$ se aplica en el punto medio y se dirige desde q_1 hacia q_2)

b) Energía potencial electrostática del sistema de dos cargas $U = k\dfrac{q_1 q_2}{r} = 9\cdot 10^9\,\dfrac{2\cdot 10^{-5}\cdot 5\cdot 10^{-6}}{6} = 0.15\ \text{J}$

Potenciales

$$V_1 = k\frac{q_1}{r/2} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 10^{-5}}{3} = 6\cdot 10^4\ \text{V}$$

$$V_2 = k\frac{q_2}{r/2} = 9\cdot 10^9\,\frac{5\cdot 10^{-6}}{3} = 15\cdot 10^3\ \text{V}$$

Potencial punto medio

$$V = V_1 + V_2 = 6\cdot 10^4 + 15\cdot 10^3 = 75000\ \text{V}$$

c) Incremento de energía potencial de la carga $q_3 = +10^{-8}$ C cuando se trae hasta el punto medio del segmento (lugar donde $V = 75000$ V) procedente del infinito ($V_\infty = 0$)

$$\Delta U = q_3\left(V - V_\infty\right) = 10^{-8}\left(75000 - 0\right) = 7.5\cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Trabajo necesario:

$$W = -\Delta U = -7.5\cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Para acercar la carga $q_3 = +10^{-8}$ C hasta el punto situado entre las otras dos debe hacerse trabajo, ya que el potencial en ese punto es positivo y por lo tanto la carga también positiva q_3 será repelida: si se pretende colocarla allí, es preciso aportar trabajo externo.

OPCIÓN A. CUESTIONES

CUESTION 3

Dos planetas describen órbitas circulares en torno a una estrella de masa muy grande en comparación con ambos planetas. El planeta más cercano está a una distancia *R* de la estrella y tarda un mes en completar su órbita. El planeta más lejano se encuentra a una distancia 2*R*. ¿Cuánto tarda éste último en describir una órbita completa? Responder razonadamente.

3ª ley de Kepler: los cubos de las distancias de los planetas a la estrella son proporcionales a los cuadrados de los periodos de revolución. $\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$

Llamemos $R_1 = 2R$, $R_2 = R$ y $T_2 = 1$ mes.

$$T_1 = T_2\sqrt{2^3} = 2.83 \text{ meses}$$

CUESTIÓN 4

Un electrón (masa $9.1\cdot10^{-31}$ kg) se mueve a una velocidad de 100 km/s. Comparar su longitud de onda de De Broglie con la de una partícula de polvo cósmico de masa $9.1\cdot10^{-7}$ kg que se mueva a la misma velocidad. ¿Cuál de ellas es mayor y cuántas veces mayor?

Longitud de onda de De Broglie: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

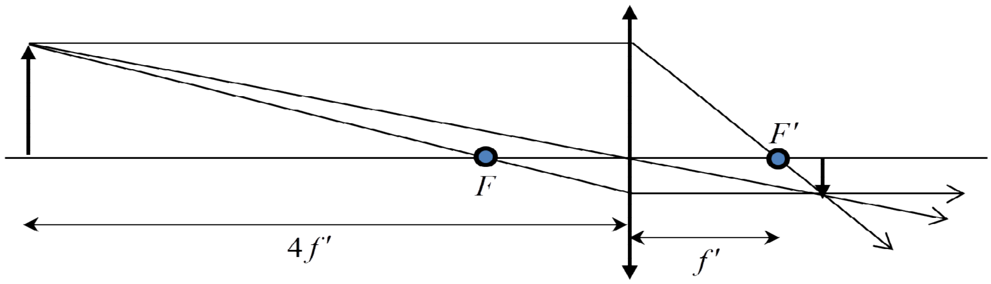
Siendo iguales las velocidades, la relación de las longitudes de onda es la inversa de la relación de masas. Por tanto la longitud de onda asociada a la partícula es menor (realmente muchísimo menor) que la longitud de onda asociada al electrón.

$$\frac{\lambda_{particula}}{\lambda_{electron}} = \frac{m_{electron}}{m_{particula}} = \frac{9.1\cdot10^{-31}}{9.1\cdot10^{-7}} = 10^{-24}$$

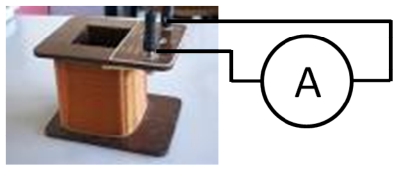
CUESTIÓN 5

Se utiliza una lente delgada convergente para observar un objeto, situando éste a una distancia igual a cuatro veces la distancia focal (medida desde el centro de la lente). Construir el diagrama de rayos para formación de la imagen, e indicar si ésta es mayor o menor que el objeto y si estará derecha o invertida.

La imagen es menor que el objeto y se encuentra invertida



CUESTIÓN 6 (Experimental)



En el laboratorio de Física se dispone de una bobina similar a la mostrada en la figura, que consta de un gran número de espiras de cobre estrechamente arrolladas. Los terminales de la bobina se conectan con un amperímetro A capaz de registrar el paso de corrientes muy pequeñas.
Si se introduce un imán muy potente <u>y se deja en reposo</u> en el hueco de la bobina, ¿pasará corriente a través del amperímetro? Explicar razonadamente.

El campo magnético del imán en reposo dentro de la bobina producirá flujo magnético a través de la misma, siendo el flujo magnético el producto escalar del vector campo magnético por el vector superficie perpendicular a cada elemento de área. Dicho flujo tendrá un valor constante a través de cualquier área que consideremos puesto que al no haber movimiento el campo magnético en cada punto será constante y <u>no variará con el tiempo</u>. En este supuesto la ley de Faraday nos dice que la fuerza electromotriz inducida será cero:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_{\text{magnet}}}{dt} = 0 \quad \text{(ya que } \Phi_{\text{magnet}} = cte\text{, su derivada es cero)}$$

El hecho de que la fuerza electromotriz sea cero significa que a lo largo del cable de la bobina no se induce ningún campo eléctrico capaz de poner en movimiento las cargas que confieren al cobre su carácter de buen conductor. Por lo tanto el amperímetro no registrará el paso de ninguna corriente.

OPCIÓN B. PROBLEMA 1

El planeta Venus, cuya masa es $4.87 \cdot 10^{24}$ kg, gira alrededor del Sol describiendo una órbita circular de 108 millones de kilómetros de radio.

a) Si la aceleración de la gravedad en la superficie de Venus es 8.87 m s^{-2}, calcular el diámetro del planeta (en km).

b) Calcular la velocidad orbital de Venus alrededor del Sol y el tiempo (en días) que tarda en dar una vuelta completa.

c) Calcular qué velocidad tendría que tener el planeta Venus para escapar de la atracción gravitatoria del Sol.

Datos: Masa del Sol $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg; constante de gravitación $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

a) Calculamos el radio del planeta (masa m, radio R): Diámetro:

$$g = G\frac{m}{R^2} \qquad R = \sqrt{G\frac{m}{g}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{4.87 \cdot 10^{24}}{8.87}} = 6.052 \cdot 10^6\ \text{m} \qquad D = 2R = 12103\,\text{km}$$

$$R = 6052\ \text{km}$$

b) La fuerza de gravitación universal es la fuerza centrípeta que mantiene el planeta en una órbita de radio $r = 108 \cdot 10^9$ m alrededor del Sol (masa M) con velocidad v.

$$F = G\frac{M\,m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \qquad v = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{2 \cdot 10^{30}}{108 \cdot 10^9}} = 35145\ \text{m/s}$$

La circunferencia de la órbita mide $2\pi r$, y es recorrida con la velocidad constante que acabamos de calcular; por tanto, el tiempo T invertido en describir una órbita completa (periodo) es:

$$v = \frac{2\pi\,r}{T} \qquad T = \frac{2\pi\,r}{v} = \frac{2\pi\,108 \cdot 10^9}{35145} = 1.93 \cdot 10^7\ \text{s} = \frac{1.93 \cdot 10^7\ \text{s}}{86400\ \text{s/dia}} = 223\,\text{dias}$$

<u>Alternativa</u>: aplicación directa 3ª ley de Kepler

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \qquad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = 1.93 \cdot 10^7\ \text{s} = \frac{1.93 \cdot 10^7\ \text{s}}{86400\ \text{s/dia}} = 223\,\text{dias}$$

c) Para que un cuerpo en órbita se libere definitivamente de la atracción del cuerpo central es preciso que la energía total del cuerpo sea igual o mayor que cero (sistema no ligado). La velocidad mínima para cumplir este requisito es la velocidad de escape.

Energía potencial gravitatoria de Venus en su órbita: $U = -G\dfrac{M\,m}{r}$

Condición de energía total cero: Cinética + Potencial = 0

$$U + K = -G\frac{M\,m}{r} + \frac{1}{2}mv_{escape}^2 = 0 \qquad v_{escape}^2 = \frac{2G\,M}{r}$$

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2G\,M}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{108 \cdot 10^9}} = 49703\,\text{m/s}$$

OPCIÓN B. PROBLEMA 2

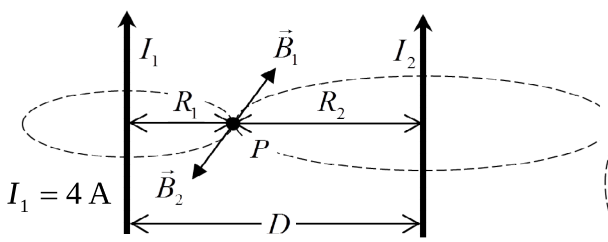
Dos conductores rectilíneos paralelos de longitud ilimitada transportan las corrientes I_1 = 4 A e I_2, ambas circulando en el mismo sentido. La distancia entre conductores es de 10 cm. Si el módulo del campo magnético en un punto situado entre ambos conductores a una distancia R_1 = 2.5 cm del conductor I_1 es igual a cero, se pide:

a) Calcular el valor de la corriente I_2.
b) Calcular la fuerza ejercida sobre 1 m de longitud del conductor I_2 por la corriente que circula por el conductor I_1. ¿Es atractiva o repulsiva? Hágase un esquema explicativo.
c) Si las dos corrientes fuesen de **sentidos contrarios**, ¿tendría el campo magnético el valor cero en algún punto situado entre ambos conductores? Explicar (no hacen falta cálculos).

Dato: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ N/A^2.

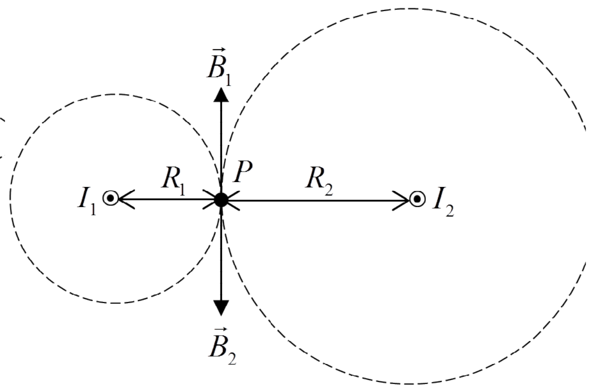
a) En el punto donde el módulo del campo magnético es cero (P), los módulos de los campos B_1 y B_2 son del mismo valor, y sus sentidos son contrarios. Los sentidos de ambos vectores están indicados en las figuras siguientes aplicando la regla de la mano derecha.

Vista lateral



$$R_1 = 2.5\,\text{cm} \qquad R_2 = D - R_1 = 7.5\,\text{cm}$$
$$D = 10\,\text{cm}$$

Vista desde arriba



Campo magnético creado por la corriente I_1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, R_1} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot4}{2\pi\cdot2.5\cdot10^{-2}} = 3.20\cdot10^{-5}\ \text{T}$$

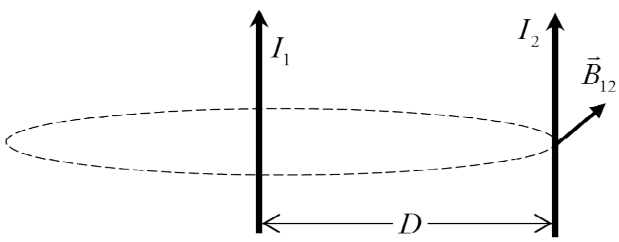
Corriente transportada por I_2, siendo $B_2 = B_1$

$$I_2 = \frac{B_1\cdot2\pi\, R_2}{\mu_0} = \frac{3.20\cdot10^{-5}\cdot2\pi\cdot7.5\cdot10^{-2}}{4\pi\cdot10^{-7}} = 12\ \text{A}$$

b) Para determinar la fuerza sobre el conductor 2 es necesario calcular primero el campo magnético B_{12} que la corriente del conductor 1 crea en el lugar que ocupa el conductor 2.

$$B_{12} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, D} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot4}{2\pi\cdot0.1} = 8\cdot10^{-6}\ \text{T}$$

Nótese que el campo B_{12} es cuatro veces más débil que B_1 porque la distancia D es cuatro veces mayor que la distancia R_1.

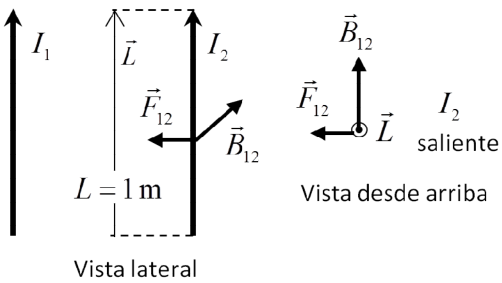


El sentido del vector $\vec{B}_{12}$ es perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro, tal y como se indica en la figura (regla de la mano derecha).

La fuerza ejercida por el campo magnético creado por la corriente I_1 sobre cada unidad de longitud L del conductor I_2 es

$$\vec{F}_{12} = I_2 \vec{L} \times \vec{B}_{12}$$

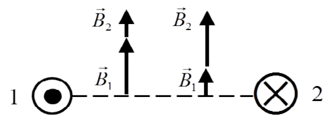
Su dirección es perpendicular a ambos conductores, y su sentido se dirige desde I_2 hacia I_1 (regla de la mano derecha, véase figura al margen). Su módulo es



$$(F_{12}/L) = I_2 B_{12} \sin 90^{\circ} = 12 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 9.6 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N/m}$$

La fuerza entre los dos conductores es por tanto una fuerza atractiva de $9.6 \cdot 10^{-5}$ N por cada metro de longitud.

c) Si las dos corrientes tuviesen sentidos contrarios, el campo magnético originado por cada una de las corrientes en todos los puntos del plano situados entre ambos conductores tendría el mismo sentido, como puede comprobarse con la regla de la mano derecha, véase figura. El campo magnético no se anularía en ningún punto intermedio.



OPCIÓN B. CUESTIONES

CUESTION 3

El oído humano es capaz de percibir sonidos cuyas frecuencias están comprendidas entre 20 y 20.000 hercios. Calcular la longitud de onda de estas dos frecuencias extremas, si el sonido se propaga en el aire con la velocidad de 330 m/s.

Velocidad de propagación del sonido $v = \lambda \cdot f$

Frecuencia f_1 = 20 Hz $\rightarrow \lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{330}{20} = 16.5\ \mathrm{m}$

Frecuencia f_2 = 20000 Hz $\rightarrow \lambda_1 = \frac{v}{f_2} = \frac{330}{20000} = 0.0165\ \mathrm{m} = 1.65\ \mathrm{cm}$

CUESTIÓN 4

El espectro visible se extiende entre la luz violeta ($\lambda_V = 4 \cdot 10^{-7}$ m) y la luz roja ($\lambda_R = 7 \cdot 10^{-7}$ m).
a) Comparar la energía de un fotón violeta con la energía de un fotón rojo.
b) Si la luz amarilla ($\lambda_A = 5.5 \cdot 10^{-7}$ m) es capaz de producir emisión fotoeléctrica en cierto metal, ¿habrá efecto fotoeléctrico cuando el metal se ilumine con luz roja? ¿Y con luz violeta? Velocidad de la luz $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s

a) Energía de un fotón de frecuencia f, longitud de onda λ $\quad E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

Fotón violeta $E_V = \frac{h \cdot c}{\lambda_V} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} = 4.97 \cdot 10^{-19}$ J

Fotón rojo $E_R = \frac{h \cdot c}{\lambda_R} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{-7}} = 2.84 \cdot 10^{-19}$ J

La energía del fotón violeta es 1.75 veces mayor que la del fotón rojo (véase que la longitud de onda del rojo es 1.75 veces mayor que la del violeta)

b) Como la luz amarilla tiene longitud de onda intermedia (mayor que el violeta, menor que el rojo), su energía también será intermedia (menor que el violeta, mayor que el rojo). Por lo tanto, si la luz amarilla produce emisión fotoeléctrica en un metal, un fotón violeta, más energético, también será capaz de producirla. Sin embargo, la luz roja, al tener mayor longitud de onda y menor energía que la luz amarilla, no producirá emisión fotoeléctrica.

Nota. Si se argumenta que el enunciado no dice explícitamente que la frecuencia de la luz amarilla dada es la frecuencia de corte, entonces también es válida la respuesta de que tal vez la luz roja podría igualmente producir emisión fotoeléctrica, esto dependerá de cuál sea el valor de la frecuencia de corte.

CUESTIÓN 5

Un núcleo atómico P se desintegra emitiendo una partícula α. El núcleo resultante es Q, el cual se desintegra a su vez emitiendo una partícula β y dando lugar al núcleo R. ¿Cuál es la diferencia en número atómico entre P y R? ¿Cuántas unidades de masa atómica de diferencia hay entre los núcleos P y R? Explicar razonadamente.

La emisión de una partícula α ($^{4}_{2}$He) origina un núcleo cuyo número atómico Z es 2 unidades menor y cuyo número másico A es 4 unidades menor. Por tanto la desintegración α de $^{A}_{Z}$P da lugar a $^{A-4}_{Z-2}$Q.

La emisión de una partícula β origina un núcleo de la misma masa atómica A y de número atómico Z una unidad mayor. Por lo tanto $^{A-4}_{Z-2}$Q dará lugar por desintegración β al núcleo $^{A-4}_{Z-1}$R.

Resultado final: el núcleo R tiene cuatro unidades de masa atómica menos que el núcleo P.
El número atómico de R es una unidad menor que el número atómico de P.

CUESTIÓN 6 (Experimental)

En la tabla adjunta se presentan los datos experimentales de las oscilaciones de un resorte: la columna *m* corresponde a distintas masas colgadas del resorte y la columna *t* contiene los tiempos invertidos en realizar 10 oscilaciones completas. Calcular la constante elástica del resorte, explicando el procedimiento.

***m* (gramos)**	***t* (segundos)**
160	**5.62**
200	**6.28**
250	**7.02**
280	**7.43**

El periodo de un resorte que oscila cargado con una masa *m* es $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, donde *k* es la constante elástica del resorte. Calculamos el periodo de oscilación *T* para cada una de las masas de la tabla dividiendo el tiempo dado por 10 (número de oscilaciones), y después se calcula el valor de la constante elástica *k* despejando de la fórmula anterior $k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2}$ (unidades N/m).

T (s) = t/10	*m* (kg)	*k* (N/m)
0,56	0,16	20,0
0,63	0,20	20,0
0,70	0,25	20,0
0,74	0,28	20,0

Finalmente obtenemos un valor medio de *k* = 20 N/m.