OPCIÓN A - PROBLEMA 1

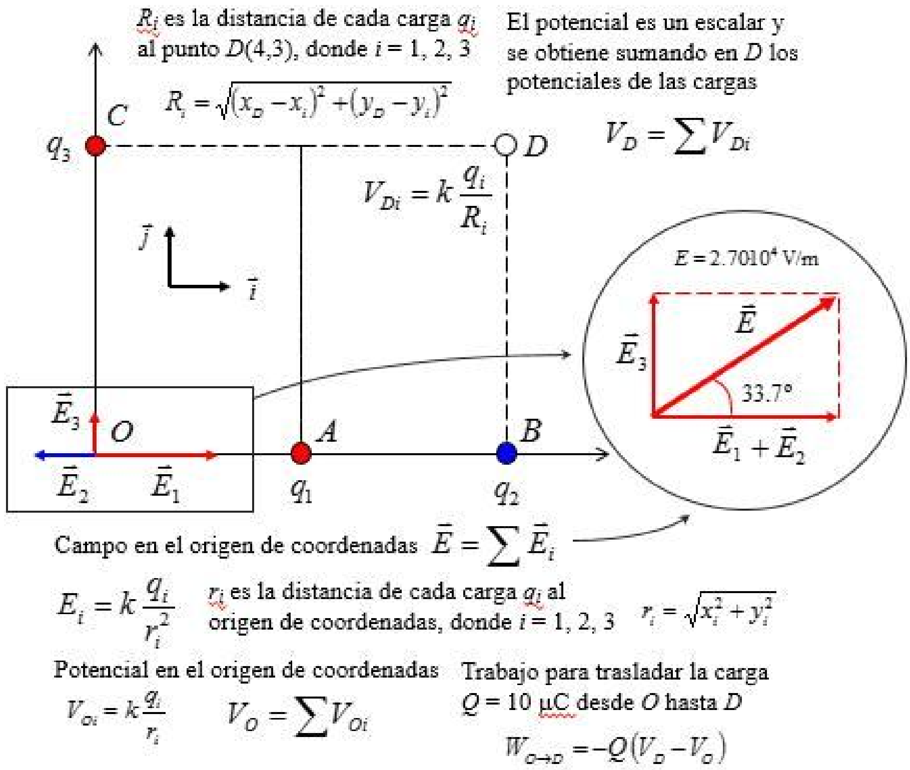
Tenemos tres partículas cargadas q_1 = - 20 μC, q_2 = + 40 μC y q_3 = - 15 μC, situadas en los puntos de coordenadas A (2,0), B (4,0) y C (0,3), respectivamente. Calcula, sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros:

a) El valor del campo eléctrico en el origen de coordenadas

b) El potencial eléctrico en el punto D (4,3)

c) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga de + 10 μC desde el origen de coordenadas al punto D

Datos: Constante de la ley de Coulomb: $k = 9\cdot10^9$ $N\cdot m^2\cdot C^{-2}$; 1 μC = 10^{-6} C



Apdo a) Campo en (0,0)			Posiciones					Apartado b) Potencial en D (4,3)			
			x (m)	y (m)				x_D (m) =	4	y_D (m) =	3
q_1 (μC) =	-20		2	0		r_1 (m) =	2	R_1 (m) =	3,60555	V_{D1} (V) =	-49923
q_2 (μC) =	40		4	0		r_2 (m) =	4	R_2 (m) =	3	V_{D2} (V) =	120000
q_3 (μC) =	-15		0	3		r_3 (m) =	3	R_3 (m) =	4	V_{D3} (V) =	-33750
Dirección de E			k (SI) =	9,00E+09						**V_D (V) =**	**36327**
i	***j***			MÓDULO		DIRECCIÓN					
1	0		E_1 (V/m) =	4,50E+04		45000	***i***	Apartado c) Potencial en el origen			
-1	0		E_2 (V/m) =	2,25E+04		-22500	***i***	r_1 (m) =	2	V_{O1} (V) =	-90000
0	1		E_3 (V/m) =	1,50E+04		15000	***j***	r_2 (m) =	4	V_{O2} (V) =	90000
								r_3 (m) =	3	V_{O3} (V) =	-45000
	MÓDULO		**E (V/m) =**	**2,70E+04**							
RESULTANTE			ÁNGULO					Q (μC) =	10	**V_O (V) =**	**-45000**
2,25E+04	***i***		tan θ =	0,6667				Trabajo para trasladar la carga Q			
1,50E+04	***j***		**θ (°) =**	**33,7**				desde O -> D		**$W_{O\to D}$ (J)**	**-0,813**

OPCIÓN A - PROBLEMA 2

La ecuación de una onda transversal viene dada por $y(x,t) = 4\sin 2\pi(4x - 5t)$, donde todas las cantidades se expresan en el S.I. Determinar:

a) Cuál es el sentido de propagación de la onda y su frecuencia angular, frecuencia, periodo, número de ondas, longitud de onda, amplitud y velocidad de propagación, indicando sus unidades respectivas.

b) Deduce la expresión general de la velocidad de vibración transversal de los puntos del medio en que se transmite la onda, así como su valor máximo.

c) El intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados de vibración de un mismo punto con una diferencia de fase de π radianes.

a) Sentido de propagación: izquierda a derecha (lo indica el signo menos dentro de la fase).

Cálculo de los parámetros de la onda por comparación con $\boldsymbol{y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)}$

$$\omega = 10\pi\frac{rad}{s} \;\rightarrow\; f = \frac{\omega}{2\pi} = 5\,Hz \;\rightarrow\; T = \frac{1}{f} = 0.2\,s$$

$$k = 8\pi\frac{rad}{m} \;\rightarrow\; \lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.25\,m; \qquad A = 4\,m; \qquad v = \frac{\omega}{k} = \frac{10\pi}{8\pi} = 1.25\frac{m}{s}$$

b) La velocidad de vibración transversal de los puntos del medio elástico en que se propaga viene dada por la derivada de la elongación respecto al tiempo $\frac{dy}{dt} = \dot{y}$

$$\dot{y} = \frac{d}{dt}[A\sin(kx - \omega t)] = A(-\omega)\cos(kx - \omega t)$$

Tenemos valor absoluto máximo de la velocidad cuando la función coseno alcanza su valor absoluto máximo, que es la unidad: $|\dot{y}_{max}| = A\omega$

Sustituimos numéricamente: $\dot{y} = (-40\pi)\cos(8\pi x - 10\pi t)$

Velocidad máxima: $|\dot{y}_{max}| = 40\pi\frac{m}{s} = 125.7\frac{m}{s}$

c) Para un mismo punto *x* la fase en el tiempo t_1 es $\phi_1 = 8\pi x - 10\pi t_1$ y en el tiempo t_2 la fase es $\phi_2 = 8\pi x - 10\pi t_2$, así que la diferencia de fase a la que se refiere el enunciado es $\phi_2 - \phi_1 = 10\pi(t_1 - t_2) = \pi\,rad$. El intervalo de tiempo es $(t_1 - t_2) = \Delta t = \frac{\pi}{10\pi} = 0.1\,s$

OPCIÓN A – PREGUNTA 3

A partir de los datos orbitales terrestres (el periodo de revolución alrededor del Sol es 365 días y la distancia Tierra-Sol es $149.5\cdot10^6$ km), calcula la duración del año marciano sabiendo que Marte se sitúa a $228\cdot10^6$ km del Sol.

La tercera ley de Kepler establece la relación entre los cuadrados de los periodos de revolución alrededor del Sol y los cuyos de los radios de las órbitas.

$$\frac{T_{tierra}^2}{R_{tierra}^3} = \frac{T_{marte}^2}{R_{marte}^3} \rightarrow T_{marte} = T_{tierra}\sqrt{\frac{R_{marte}^3}{R_{tierra}^3}} = 365\sqrt{\frac{228000000^3}{149500000^3}} = 687\,dia$$

OPCIÓN A – PREGUNTA 4

Calcúlese la longitud de onda de un electrón de energía cinética igual a 1,6·10^{-17} J.
Datos: $m_{electrón}$ = 9.1·10^{-31} kg; constante de Planck *h* = 6.63·10^{-34} J·s.

Cálculo de velocidad $K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \ v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1.6\cdot 10^{-17}}{9.1\cdot 10^{-31}}} = 5.96 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$

Relación de De Broglie $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\cdot 10^{-34}}{9.1\cdot 10^{-31}\cdot 5.96\cdot 10^6} = 1.23 \cdot 10^{-10}\ m$

OPCIÓN A – PREGUNTA 5

Calcúlese la longitud de onda de un electrón de energía cinética igual a 1,6·10^{-17} J.
Datos: $m_{electrón}$ = 9.1·10^{-31} kg; constante de Planck *h* = 6.63·10^{-34} J·s.

Cálculo de velocidad $K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \ v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1.6\cdot 10^{-17}}{9.1\cdot 10^{-31}}} = 5.96 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$

Relación de De Broglie $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\cdot 10^{-34}}{9.1\cdot 10^{-31}\cdot 5.96\cdot 10^6} = 1.23 \cdot 10^{-10}\ m$

OPCIÓN A – PREGUNTA 5

5.- Se observa que 100 g de una muestra radioactiva se desintegra un 12% cada día. ¿Cuál es su constante de desintegración radioactiva y su tiempo de vida medio? ¿Qué masa de muestra quedará a los 30 días?

Ley de desintegración radiactiva: $N = N_0 e^{-\lambda t}$ → si cada día se desintegra el 12%, ello significa que partiendo de una cantidad N_0 núcleos, cuando haya transcurrido un tiempo *t* = 1 día quedarán *N* = 0.88 N_0 núcleos → $0{,}88 N_0 = N_0 e^{-\lambda \cdot 1} \ \rightarrow \ \lambda = -\ln 0.88 = 0.1279\ dia^{-1}$

Vida media (tiempo semidesintegración o semivida) $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 5.42\ dia$

Al cabo de 30 dias el número de semividas transcurrido es $a = \frac{30}{5.42} = 5.53$ y como cada vez que transcurre una semivida la cantidad de isótopo se reduce a la mitad, la masa *m* remanente que quedará partiendo de los m_0 = 100 g iniciales será $m = \frac{m_0}{2^a} = \frac{100}{2^{5.53}} = 2.16\ g$

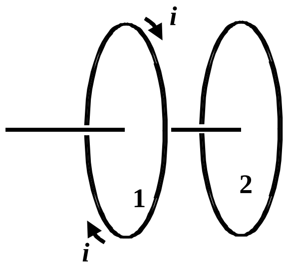
OPCIÓN A – PREGUNTA 6 (EXPERIMENTAL)

Tenemos dos espiras conductoras enfrentadas como se muestra en la figura. Por la espira 1 circula una corriente de intensidad *i* en el sentido indicado. Razona el sentido de la corriente inducida en la espira 2 cuando:

a) Manteniendo constante la corriente *i*, la espira 2 se acerca a la espira 1.

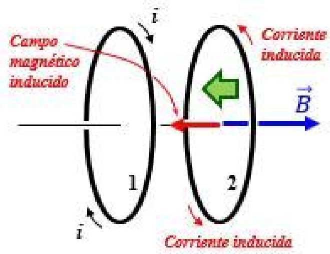
b) Manteniendo constante la corriente *i*, la espira 2 se aleja de la espira 1.

c) **Manteniendo fija la distancia entre las dos, aumenta la intensidad de corriente *i* de la espira 1.**

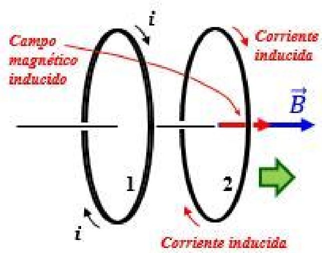


Justificación por la ley de Faraday: la corriente $\boldsymbol{i}$ que circula por la espira 1 crea en la espira 2 un campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$ dirigido hacia la derecha y entonces:

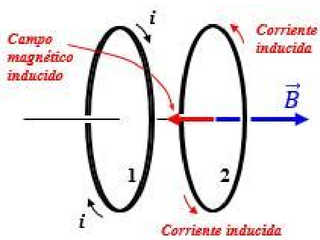
a) Si la espira 2 se acerca a la espira 1 manteniendo constante la corriente $\boldsymbol{i}$, el flujo magnético <u>aumentará</u> a través de 2 a medida que se acerca y entonces la corriente inducida en 2 será aquella que tienda a oponerse a ese aumento, generando un campo magnético inducido opuesto en sentido al del campo $\vec{\boldsymbol{B}}$. Así que la corriente inducida en 2, vista desde la espira 1, tendrá sentido antihorario.



b) Si la espira 2 se aleja a la espira 1 manteniendo constante la corriente $\boldsymbol{i}$, el flujo magnético <u>disminuirá</u> a través de 2 a medida que se aleja y entonces la corriente inducida en 2 será aquella que tienda a oponerse a esa disminución, generando un campo magnético inducido en el mismo sentido que el del campo $\vec{\boldsymbol{B}}$, al cual tenderá a reforzar. Así que la corriente inducida en 2, vista desde la espira 1, tendrá sentido horario.



c) Si las dos espiras se mantienen fijas en sus posiciones pero la corriente de la espira 1 va aumentando, entonces el flujo a través de la espira 2 también aumentará aunque dicha espira no se mueva. Estaremos a efectos de variación de flujo magnético en el mismo caso que en la situación a), y por la misma razón, la corriente inducida en la espira 2 tendrá sentido antihorario, igual que en el apartado a).



OPCIÓN B - PROBLEMA 1

Un satélite artificial de 820 kg gira alrededor de un planeta describiendo una órbita geoestacionaria (es decir, se mantiene siempre en la vertical del mismo punto del ecuador), de modo que da una vuelta completa cada 24 horas. La masa y el radio del planeta son 5.98·10^{24} kg y 6370 km, respectivamente.

a) Calcular a qué altura sobre la superficie del planeta se encuentra este satélite.

b) Calcular la velocidad del satélite en su órbita.

c) Determinar la energía mecánica del satélite y su energía potencial.

Constante de gravitación $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

a) La fuerza de atracción newtoniana entre el planeta y el satélite artificial constituye la fuerza centrípeta que curva la trayectoria del satélite obligándolo a describir su órbita:

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^2} = m\omega^2 r$$

donde *r* es el radio de la órbita del satélite y $\omega = \frac{2\pi}{T}$ es su velocidad angular (la misma que la del planeta), la cual puede ponerse en función del periodo de revolución *T*:

$$G\frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}r \quad \rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{G\,M\,T^2}{4\pi^2}} = 42250 \cdot 10^3 \text{ m} = 42250 \text{ km}$$

La altura sobre la superficie del planeta es $h = r - R = 42250 - 6370 = 35880$ km

b) El satélite describe la órbita (cuya longitud es la circunferencia de radio *r*) en el periodo *T* = 24 h = 86400 s, por tanto su velocidad es

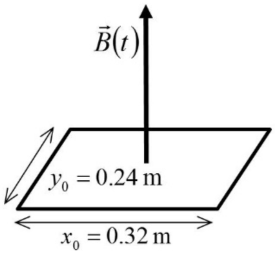
$$v = \frac{2\pi\, r}{T} = 3072 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) La energía potencial del satélite en órbita es $E_P = -\frac{G\,M\,m}{r} = -7.74 \cdot 10^9$ J

La energía cinética es $E_C = \frac{1}{2}mv^2 = 3.87 \cdot 10^9$ J

La energía mecánica $E = E_P + E_C = -7.74 \cdot 10^9 + 3.87 \cdot 10^9 = -3.87 \cdot 10^9$ J

OPCIÓN B - PROBLEMA 2



Una espira conductora rectangular (dimensiones x_0 = 0.32 m e y_0 = 0.24 m) y cuya resistencia eléctrica 5 Ω, se encuentra dentro de un campo magnético perpendicular al plano de la espira. Este campo magnético disminuye uniformemente con el tiempo según la relación

$$\boldsymbol{B(t) = 0.25 \cdot (1 - t/50)}$$

El tiempo *t* está en segundos y el campo magnético *B* en tesla. Se pide:

(a) El flujo magnético a través de la espira en *t* = 0.

(b) Calcular la fuerza electromotriz inducida y la intensidad de corriente que circula por la espira cuando *t* = 15 s y cuando *t* = 40 s. ¿Hay alguna diferencia entre esos valores calculados en distintos tiempos?

(c) Explicar cuál es el sentido de la corriente inducida.

a) Consideramos el eje vertical alineado con el campo magnético como eje Z. El flujo magnético es el producto escalar del campo $\vec{B}(t) = B(t)\vec{k}$ por el vector superficie dado por $\vec{S} = x_0 y_0 \vec{k}$ (véase que consideramos que el vector superficie tiene el mismo sentido del campo magnético). Por tanto

$$\Phi(\mathrm{t}) = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0.25 \cdot \left(1 - \frac{t}{50}\right) \cdot 0.32 \cdot 0.24 \cdot \cos 0 = 1.92 \cdot 10^{-2}(1 - t/50)\ T \cdot m^2$$

Este flujo magnético depende del tiempo puesto que el campo magnético también depende del tiempo. Su valor en *t* = 0 es $\Phi_0 = 1.92 \cdot 10^{-2}\ T \cdot m^2$

b) Ley de Faraday para calcular la *fem* inducida

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -1.92 \cdot 10^{-2} \left(-\frac{1}{50}\right) = 3.84 \cdot 10^{-4}\ V$$

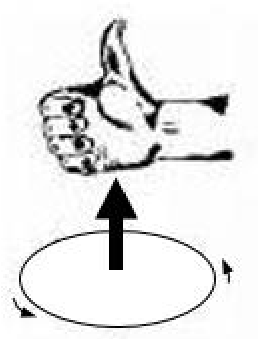
Véase que al derivar el resultado la *fem* ya no depende del tiempo, por lo tanto tendrá el mismo valor para *t* = 15, *t* = 40 o cualquier otro tiempo.

Respecto a la corriente, como la resistencia es 5 Ω, su valor será

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{3.84 \cdot 10^{-4}}{5} = 7.68 \cdot 10^{-5}\ A$$

Igual que la *fem*, la corriente tampoco depende del tiempo

c) Al elegir el sentido del vector superficie, también estamos asociando el signo de la *fem* a un determinado sentido de acuerdo con la regla de la mano derecha. En este caso el sentido positivo que hemos elegido en el apartado a) es el antihorario, ya que hemos atribuido arbitrariamente al vector superficie el mismo sentido que el campo magnético. Puesto que el signo de la fem inducida calculada en el apartado anterior es positivo, el campo eléctrico inducido que produce la variación de flujo magnético tiene también el sentido antihorario, y por consiguiente la corriente inducida circulará en sentido antihorario.



Explicación alternativa: la causa de la aparición de la *fem* inducida en este caso es el debilitamiento del campo magnético, lo que reduce el flujo. Así que el sistema responde con una corriente inducida que tiende a reforzar el campo magnético: tal corriente ha de tener sentido antihorario para generar un campo magnético adecuado.

OPCIÓN B – PREGUNTA 3

Tres puntos alineados A, B y C tienen un potencial de 20 V, 25 V y 30 V respectivamente. Si se coloca una carga negativa en el punto intermedio B y se la deja evolucionar libremente, deduce hacia dónde se moverá espontáneamente dicha carga, hacia el punto A o hacia el punto C.

Cuando una carga negativa $-q$ se puede mover libremente en un campo eléctrico, viaja desde los lugares donde el potencial es bajo V_1 hacia los lugares donde el potencial es alto V_2, porque de esta manera su variación de energía potencial, dada por $\Delta U = -q(V_2 - V_1)$, será negativa (es decir, su energía potencial disminuye) al ser $V_2 > V_1$ y por tanto la diferencia $(V_2 - V_1)$ es un número positivo. Este número positivo al ser multiplicado por la carga $-q$ produce un resultado final negativo. En el caso que nos plantean, si la carga negativa $-q$ está situada en el punto donde hay 25 V, se moverá espontáneamente hacia el punto donde el potencial es 30 V: es decir, se moverá desde B hacia C.

OPCIÓN B – PREGUNTA 4

Una masa de 93.75 g está unida a un resorte de constante elástica 50 N/m. Se le aparta 10 cm de su posición de equilibrio y se le deja oscilar libremente. Calcula la velocidad de dicha masa cuando se encuentra a 5 cm de la posición de equilibrio.

La masa unida al resorte describirá un movimiento armónico simple de amplitud A = 10 cm. La energía de dicho MAS será $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0.1^2 = 0.25\, J$. En cualquier instante su energía total tiene este valor, y una parte de ella estará en forma de energía cinética, que depende de su velocidad, y otra parte en forma de energía potencial, que depende de su distancia a la posición de equilibrio.

Calculamos energía potencial y cinética cuando la distancia al equilibrio es x = 5 cm

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0.05^2 = 6.25 \cdot 10^{-2}\, J$$

$$E_C = E - E_P = 0.25 - 6.25 \cdot 10^{-2} = 0.1875\, J$$

Conociendo la energía cinética y la masa calculamos la velocidad:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.1875}{93.75 \cdot 10^{-3}}} = 2\ \frac{m}{s}$$

OPCIÓN B – PREGUNTA 5

La masa atómica del $^{16}_{8}O$ es 15,9994 u. Calcula la energía que se desprende en la formación de su núcleo, expresando el resultado en MeV.
Datos: $m_{protón}$ = 1,007276 u; $m_{neutrón}$ = 1,008665 u; 1 u = 1,66· 10^{-27} Kg; c = 3 · 10^{8} m/s; 1 eV = 1,6 · 10^{-19} J; 1 MeV = 10^{6} eV.

El núcleo de oxígeno contiene 8 protones y 16-8 = 8 neutrones.

Sumamos las masas de todos ellos

$\sum(m) = 8m_P + 8m_N =$ 16.127528 u

Defecto de masa del núcleo de oxígeno: es la diferencia entre la suma de las masas que hemos calculado y la masa del núcleo

M = 15.9994 u que nos da el enunciado

→ $\Delta m = \sum(m) - M$.

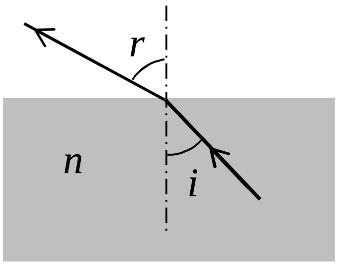
Datos núcleo oxígeno		M_{nucleo} (u) =	15,9994
Nº protones	8	1 u (kg)=	1,66E-27
Nº neutrones	8	m_P (u) =	1,007276
c (m/s) =	3,00E+08	m_N (u) =	1,008665
1 eV (J) =	1,60E-19	Σ(m) =	16,127528
Defecto masa (u)		Δm = Σ(m) - M =	0,128128
Defecto masa (kg)		Δm = Σ(m) - M =	2,13E-28
Energía desprendida		**E = Δm·c^2 (J) =**	**1,91E-11**
cuando se forma el núcleo		**E = Δm·c^2 (MeV) =**	**120**

La energía desprendida en la formación del núcleo es la que corresponde a la conversión en energía de ese defecto de masa según la ecuación de Einstein

$E = \Delta m \cdot c^2$

OPCIÓN B – PREGUNTA 6 (EXPERIMENTAL)

Un rayo de luz que se propaga en una lámina de vidrio de índice de refracción *n* = 1.5242 alcanza la superficie de la misma y se refracta tal y como se indica en la figura. El índice de refracción del aire que rodea a la lámina es igual a 1. Se pide: (a) Justificar que el ángulo de refracción *r* es mayor que el ángulo de incidencia *i*. (b) ¿Cuál es el mayor valor del ángulo de incidencia para el cual habrá rayo refractado? Explicar razonadamente.



(a) Aplicamos la ley de Snell a este problema → $n \sin i = 1 \sin r$ → puesto que $n > 1$, el seno del ángulo de refracción es mayor que el seno del ángulo de incidencia $\sin r > \sin i \Rightarrow \boldsymbol{r > i}$

Esto implica que el ángulo de refracción *r* es mayor que el ángulo de incidencia *i*, tal y como muestra la figura.

(b) Como hemos visto, el ángulo *r* es mayor que *i* debido a que *n* > 1. Además, el máximo valor que puede tomar el ángulo *r* es 90º: en este caso el rayo refractado emergería rasante a la superficie de la lámina. Véase que si los valores de *r* fuesen mayores de 90º, el rayo incidente ya no sería transmitido al aire, sino que volvería a entrar en la lámina (y por tanto no habría tal rayo refractado al exterior). Existe un valor máximo del ángulo de incidencia, que llamamos i_L, para el cual se verifica *r* = 90º. Calculamos este valor con la ley de Snell:

$$n \sin i_L = 1 \sin 90º = 1 \rightarrow \sin i_L = \frac{1}{n} = \frac{1}{1.5242} = 0.656082 \rightarrow \boldsymbol{i_L = 41º}$$

El valor así obtenido del ángulo de incidencia se llama ángulo límite, porque si el ángulo de incidencia es mayor que ese, no hay rayo refractado al exterior de la lámina: toda la energía luminosa del rayo incidente se refleja en la superficie de separación y vuelve al interior. El fenómeno se llama reflexión total interna.