

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- Expresa mediante monomios el perímetro y el área de un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden x cm.
- Calcula el valor numérico del polinomio $P(x) = ax^6 - 6x^3 + 5$ para $x = 2$, sabiendo que 1 es una de sus raíces.
- ¿Cuál de estos números es raíz del polinomio $P(x) = -4x^5 + 4x^4 - 4x^3 + 16x^2 - 4x + 16$?

-12	5	4	10	64
-----	---	---	----	----

PRESTA ATENCIÓN

Las raíces enteras de un polinomio, si existen, son divisores de su término independiente.

- Calcula $7P(x) - 3Q(x) + 4R(x)$ donde:

$$P(x) = 4x^5 - 2x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1$$

$$Q(x) = x^5 - 3x^4 + x^2 - 2x + 3$$

$$R(x) = x^5 + x^3 + 2x + 1$$

- Calcula el cociente y el resto de esta división.

$$(3x^3 - 5x^2 + x - 1) : (-3x^2 + 2x + 5)$$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

6. Determina los valores de a , b , c y d para que se cumpla la siguiente relación.

$$(ax^3 + bx^2 + cx + d) \cdot (x^2 + 3x) = x^5 + x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 3x$$

7. Busca un contraejemplo que pruebe que cada una de estas afirmaciones es falsa.

- a) Un polinomio con coeficientes enteros tiene al menos una raíz entera.
- b) Todo divisor del término independiente de un polinomio es una raíz de dicho polinomio.
- c) Un polinomio de grado n con coeficientes reales tiene n raíces reales.

8. Completa esta tabla señalando si los números de la primera fila son raíces, o no, de los polinomios de la primera columna.

	-3	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$x^3 + x^2 - 6x$	✓	✓	✗	✗	✓
$2x^5 - 7x^4 + 7x^3 - 2x^2$					
$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 12x + 9$					
$2x^5 - x^4 - 14x^3 + 19x^2 - 6x$					

9. Calcula el valor de k para que el resto de la división $(x^5 - 25x^3 + kx - 1) : (x - 5)$ sea -11 .

10. Factoriza los polinomios.

a) $x^6 - 625x^2$

b) $x^3 - 2x^2 - 8x$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1. Realiza las siguientes operaciones con monomios.

$$\text{a) } (x^3y^2z)^4 \qquad \text{b) } \frac{15x^5y^3z}{5x^2y}$$

2. Dado el polinomio $P(x) = x^8 - 36x^7 + 486x^6 - 2916x^5 + 6562x^4 - 36x^3 + 486x^2 - 2916x + 6561$, ¿cuál de estos números es una de sus raíces?

12 9 2 890 7 881 65

3. ¿Es el número 100 000 divisor de $99\,999^2 - 1$?

4. Calcula el cociente y el resto de esta división.

$$(3x^3 - 6x^2 - 9x - 18) : (3x - 1)$$

PRESTA ATENCIÓN

Al multiplicar el dividendo y el divisor de una división por una misma constante c no nula, el cociente no varía y el resto obtenido es el producto de c por el resto de la división original.

5. Determina el valor de m en el polinomio $P(x) = 5x^4 - 3x^2 - 30x + m$ en cada caso.a) $P(x)$ es divisible por $x - 2$.b) El resto de la división de $P(x)$ entre $x - 2$ es 5.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

6. Indica si las siguientes fracciones algebraicas son equivalentes.

a) $\frac{x^2 + 8x + 12}{x^2 + 5x + 6}$ y $\frac{x + 6}{x + 3}$

b) $\frac{x + 1}{5x - 1}$ y $\frac{x^2 + x + 1}{5x^2 + 2}$

7. Simplifica estas fracciones algebraicas.

a) $\frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - 4}$

b) $\frac{x^2 - 3x - 40}{x^2 + 10x + 25}$

8. Efectúa estas operaciones.

a) $\frac{x - 1}{x^2 - 16} \cdot \frac{x + 4}{x^2 - 1}$

b) $\frac{3x - 1}{x^2 + 2x + 1} : \frac{x}{x^2 - 1}$

9. Reduce a común denominador y opera.

$$\frac{5 - 2x}{x + 16} + \frac{3x}{x - 2} - \frac{x^2 + 5x - 10}{x^2 + x - 6}$$

10. Simplifica $\frac{5 - \frac{2x}{x + 1}}{2 - \frac{3x - 5}{x - 1}}$.

$$1. P = x + x + \sqrt{x^2 + x^2} = 2x + x\sqrt{2} = x(2 + \sqrt{2})$$

$$A = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

2. Como $r = 1$ es raíz del polinomio, $P(1) = 0$.

$$P(1) = a - 6 + 5 = 0 \rightarrow a = 1$$

$$\text{Entonces, } P(x) = x^6 - 6x^3 + 5.$$

$$P(2) = 2^6 - 6 \cdot 2^3 + 5 = 64 - 48 + 5 = 21$$

3. De los números dados, el único divisor del término independiente, 16, es 4. Luego 4 es raíz entera del polinomio $P(x)$.

$$4. 7P(x) = 28x^5 - 14x^4 + 7x^3 - 14x^2 + 28x - 7$$

$$3Q(x) = 3x^5 - 9x^4 + 3x^2 - 6x + 9$$

$$4R(x) = 4x^5 + 4x^3 + 8x + 4$$

$$7P(x) - 3Q(x) + 4R(x) =$$

$$= 29x^5 - 5x^4 + 11x^3 - 17x^2 + 42x - 12$$

$$5. \begin{array}{r} 3x^3 - 5x^2 + x - 1 \\ -3x^3 + 2x^2 + 5x \\ \hline -3x^2 + 6x - 1 \\ -3x^2 + 2x + 5 \\ \hline 4x - 6 \end{array}$$

$$\text{Cociente} \rightarrow -x + 1 \quad \text{Resto} \rightarrow 4x - 6$$

6. Dividimos por x ambos miembros.

$$(ax^3 + bx^2 + cx + d) \cdot (x + 3) =$$

$$= x^4 + x^3 - 3x^2 + 8x - 3 \rightarrow$$

$$\rightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d =$$

$$= (x^4 + x^3 - 3x^2 + 8x - 3) : (x + 3)$$

Aplicando la regla de Ruffini obtenemos:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$$

$$\text{Luego } a = 1, b = -2, c = 3 \text{ y } d = -1.$$

7. El polinomio $P(x) = x^2 + 1$ es un contraejemplo a las tres afirmaciones.

8.

	-3	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$x^3 + x^2 - 6x$	✓	✓	✗	✗	✓
$2x^5 - 7x^4 + 7x^3 - 2x^2$	✗	✓	✓	✓	✓
$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 12x + 9$	✗	✗	✗	✓	✗
$2x^5 - x^4 - 14x^3 + 19x^2 - 6x$	✓	✓	✓	✓	✓

9. Sea $P(x) = x^5 - 25x^3 + kx - 1$.

$$P(5) = 5^5 - 25 \cdot 5^3 + 5k - 1 = -11$$

$$5k = -10 \rightarrow k = -2$$

10. a) $x^6 - 625x^2 = x^2(x^2 - 625) =$

$$= x^2(x^2 + 25)(x^2 - 25) = x^2(x^2 - 25)(x + 5)(x - 5)$$

$$\text{b) } x^3 - 2x^2 - 8x = x(x^2 - 2x - 8) = x(x + 2)(x - 4)$$

$$1. \text{ a) } (x^3y^2z)^4 = x^{12}y^8z^4 \quad \text{b) } \frac{15x^5y^3z}{5x^2y} = 3x^3y^2z$$

2. De los números dados, el único divisor del término independiente, 6 561, es 9. Luego 9 es raíz entera del polinomio $P(x)$.

3. $99\,999^2 - 1 = (99\,999 + 1)(99\,999 - 1)$
Por tanto, 100 000 es divisor de $99\,999^2 - 1$.

4. Dividimos ambos miembros entre 3.

$$(x^3 - 2x^2 - 3x - 6) : \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

Aplicando la regla de Ruffini obtenemos:

$$\text{Cociente} \rightarrow x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{32}{9}$$

$$\text{Resto} \rightarrow 3 \cdot \left(-\frac{194}{27}\right) = -\frac{194}{9}$$

5. a) $P(x)$ es divisible por $x - 2$ si $P(2) = 0$.

$$P(2) = 5 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^2 - 30 \cdot 2 + m = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8 + m = 0 \rightarrow m = -8$$

b) Si el resto de la división $P(x) : (x - 2)$ es 5,

$$P(2) = 5 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^2 - 30 \cdot 2 + m = 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8 + m = 5 \rightarrow m = -3$$

$$6. \text{ a) } \frac{x^2 + 8x + 12}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(x + 2)(x + 6)}{(x + 2)(x + 3)} = \frac{x + 6}{x + 3}$$

b) Las fracciones no son equivalentes porque

$$(x + 1)(5x^2 + 2) \neq (5x - 1)(x^2 + x + 1).$$

$$7. \text{ a) } \frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - 4} = \frac{(x + 7)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{x + 7}{x + 2}$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 3x - 40}{x^2 + 10x + 25} = \frac{(x + 5)(x - 8)}{(x + 5)^2} = \frac{x - 8}{x + 5}$$

$$8. \text{ a) } \frac{x - 1}{x^2 - 16} \cdot \frac{x + 4}{x^2 - 1} = \frac{1}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\text{b) } \frac{3x - 1}{x^2 + 2x + 1} : \frac{x}{x^2 - 1} = \frac{3x - 1}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{x} =$$

$$= \frac{(3x - 1)(x - 1)}{x(x + 1)} = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 + x}$$

$$9. \frac{5 - 2x}{x + 16} + \frac{3x}{x - 2} - \frac{x^2 + 5x - 10}{x^2 + x - 6} =$$

$$= \frac{(5 - 2x)(x - 2)}{(x + 3)(x - 2)} + \frac{3x(x + 3)}{(x + 3)(x - 2)} - \frac{x^2 + 5x - 10}{(x + 3)(x - 2)} =$$

$$= \frac{13x}{(x + 3)(x - 2)} = \frac{13x}{x^2 + x - 6}$$

$$10. \frac{5 - \frac{2x}{x + 1}}{2 - \frac{3x - 5}{x - 1}} = \frac{\frac{3x + 5}{x + 1}}{\frac{-x + 3}{x - 1}} = \frac{(3x + 5)(x - 1)}{(x + 1)(-x + 3)} =$$

$$= \frac{3x^2 + 2x - 5}{-x^2 + 2x + 3}$$